

THÈSES

présentées

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS-SCIENCES PHYSIQUES

par

Edgard EL-BAZ

Première Thèse

UNE MÉTHODE SIMPLE D'ÉTUDE
DE LA POLARISATION ET DE LA DISTRIBUTION ANGULAIRE
DANS UN TYPE PARTICULIER DE RÉACTIONS DE STRIPPING

Deuxième Thèse

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Soutenues publiquement le 25 Janvier 1963 devant la Commission d'Examen :

MM. A. SARAZIN	Président
J. LAFOUCRIERE	} Examineurs
G. PHILBERT	
B. PICINBONO	Invité

THÈSES

présentées

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS-SCIENCES PHYSIQUES

par

Edgard EL-BAZ

Première Thèse

UNE MÉTHODE SIMPLE D'ÉTUDE
DE LA POLARISATION ET DE LA DISTRIBUTION ANGULAIRE
DANS UN TYPE PARTICULIER DE RÉACTIONS DE STRIPPING

Deuxième Thèse

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Soutenues publiquement le 25 Janvier 1963 devant la Commission d'Examen :

MM. A. SARAZIN	Président
J. LAFOUCRIERE	{ Examinateurs
G. PHILBERT	
B. PICINBONO	Invité

UNIVERSITÉ DE LYON - FACULTÉ DES SCIENCES



Doyens Honoraires

MM. LONGCHAMBON
DOUIN
MOUSSA
GAUTHIER

Professeurs Honoraires

MM. LOCQUIN	MM. MOUSSA
DE LAREMBERGUE	JAFFARD
DOEUVRE	DOUIN
SOLLAUD	EYRAUD Henri
MENTZER	

Doyen

M. BRACONNIER J.

Assesseur

M. N

Professeurs

MM. LONGCHAMBON
DEJARDIN
COURTY
PRETTRE
KUHNER
MALECOT
PARIS
AUMERAS
COLONGE
FLANDRIN
JANIN
BERNARD

Minéralogie
Physique Générale
Chimie-Physique
Chimie Industrielle
Microbiologie et Mycologie
Mécanique Rationnelle et Appliquée
Chimie Minérale
Chimie
Chimie Organique
Géologie Appliquée
Physique Expérimentale
Physique Industrielle

MM.	DUFAY Jean	Astronomie
	NIGON	Zoologie Expérimentale
	GAUTHIER Henri	Géologie Générale
	VIRET	Géologie Générale
	WAUTIER	Zoologie
	CHOPIN	Chimie Biologique
	CUEILLERON	Chimie
	BRACONNIER	Méthodes Mathématiques de la Physique
	EYRAUD Charles	Chimie-Physique Appliquée
	SARAZIN	Physique Nucléaire
	PERES	Physiologie
	MESNARD	Electronique
	GRANDMONTAGNE	Physique
	BOIDIN	Botanique
	BOUTILLIER	Minéralogie
	LAFOUCRIERE	Physique Nucléaire
	DREUX	Chimie Organique
	TEICHNER	Chimie Industrielle
	PAVANS DE CECCATY	Zoologie
	DUFAY Maurice	Physique de l'Atmosphère
	MERLIN	Chimie Analytique
	FRAISSE	Mathématiques

Professeurs sans Chaire

MM.	GAUME	Physique
	PHILBERT	Physique Nucléaire
	COHEN-ADAD	Chimie
	DEPRAZ	Physique Nucléaire
	FERON	Mathématiques
	LAFORGUE	Physique
	DAVID Louis	Géologie Générale
	GAUTHIER Jean	Chimie
	LEGAY	Zoologie Expérimentale S.P.C.N.
	UZAN	Physique S.P.C.N.
	CHENEVOY	Géologie Appliquée

Maitres de Conférences

Mle	MAITROT	Physique
MM.	CHANEL	Psychophysiologie
	ASCH	Physique
	GINET	Zoologie
	MAURY	Mathématiques
	MICHEL	Minéralogie
Mme	ERICSON	Physique Générale
MM.	GEVIN	Géologie générale
	PONASSE	Mathématiques
	MARTEL	Mécanique
	CHERY	Physique
	LEFEBVRE	Mathématiques
	D'INCAN	Physique
	PERNET	Mathématiques
Mle	GAUTHERON	Chimie-Biologique
MM.	BERGEON	Physique C. S. U.
	MATHIEU	Mécanique des Fluides (Ecole Centrale)
	LUBET	Physiologie
	DUCET	Biologie Végétale
	ERBEIA	Physique
	DESCOTES	Chimie Organique
	PICARD	Mathématiques

Maitre de Conférences Adjoint

M.	PIERRON	Chimie
----	---------	--------

Secrétaire Principal Honoraire

M. ROUX

Secrétaire Principal

M. BURNET

A mes Professeurs et Maîtres,

Hommage de ma profonde reconnaissance

A ma femme,

A ma fille.



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41553206_0080

A mes Parents

et

Beaux - Parents

AVANT-PROPOS

Ce travail a été commencé à l'Institut d'Etudes Nucléaires d'Alger au sein d'une équipe que nous avons formée et j'ai mis à profit les nombreuses discussions que nous avons eues alors pour compléter et terminer cette étude depuis mon arrivée à Lyon. J'exprime ma profonde gratitude à Monsieur le Professeur P. DUMONTET, Directeur de l'Institut d'Etudes Nucléaires d'Alger, qui m'a donné le sujet de cette thèse et m'a constamment guidé de ses conseils.

J'exprime ma reconnaissance à Monsieur le Professeur A. SARAZIN, Directeur de l'Institut de Physique Nucléaire de Lyon, qui m'a si généreusement offert de travailler dans son laboratoire et m'a constamment aidé tant au point de vue scientifique et moral, qu'au point de vue matériel.

J'exprime également ma reconnaissance à Monsieur le Professeur J. LAFOUCRIERE qui s'est intéressé à mon travail, m'a toujours aidé par ses discussions, ses conseils et ses encouragements, depuis mon arrivée à Lyon.

J'exprime ma reconnaissance à Monsieur le Professeur G. PHILBERT, pour l'intérêt qu'il a bien voulu porter à cette thèse.

Il m'est un devoir et une joie d'exprimer également ma gratitude et mes remerciements à tous les chercheurs de l'Institut d'Etudes Nucléaires d'Alger avec qui j'ai commencé ce travail, et particulièrement à Monsieur P. PICINBONO, Maître de Conférences, avec qui j'ai maintes fois travaillé et discuté certains aspects de ces questions. Comment également ne pas dire ma reconnaissance à Francis SAYA, qui le premier au sein de notre équipe a défriché ces questions de stripping, et n'a pu poursuivre son travail ayant été appelé sous les drapeaux. Et à tous les chercheurs d'Alger Messieurs MONSONEGO, Paul GAILLARD, BALLOT, je dirai ma gratitude et mon regret de ne pouvoir continuer à travailler avec eux.

Les calculs numériques ont été effectués sur les machines BULL 1105 de la Société UGINE, grâce à l'amabilité du Directeur du service des calculs, Monsieur DE FROMONT et aussi grâce à la compétence et au dévouement de Monsieur MICHEL, Ingénieur, qui n'a pas hésité à sacrifier une grande partie de son temps à la programmation de ce problème ; qu'ils trouvent ici l'expression de ma reconnaissance.

J'exprime aussi ma gratitude à tout le personnel de l'Institut de Physique Nucléaire de Lyon, et à tout le personnel de l'Institut d'Etudes Nucléaires d'Alger, qui m'ont précieusement aidé tout au long de mon travail.

INTRODUCTION

Une théorie exacte et complète des réactions nucléaires nécessiterait la connaissance profonde de la nature des forces nucléaires. Ne pouvant actuellement encore, atteindre cette connaissance, il a été nécessaire de construire des modèles simples de réaction qui n'engloberaient qu'un certain genre de réaction nucléaire. C'est le cas des modèles dits du "noyau composé" et de "l'interaction directe".

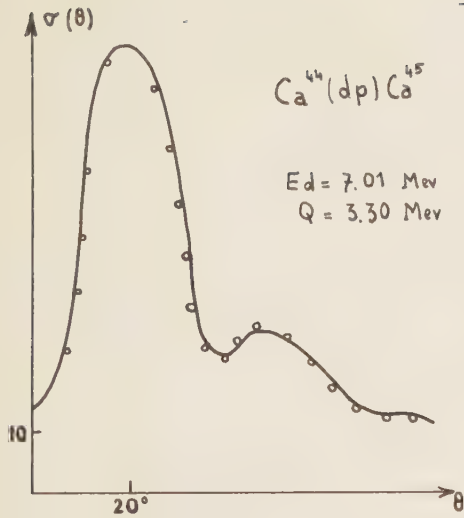
Dans le modèle du noyau composé, la particule incidente est absorbée par le noyau cible pendant un temps relativement long, formant un état métastable : "le noyau composé". Celui-ci pourra ensuite se décomposer et donner des produits de réactions divers. Le point remarquable de ce modèle est que "le noyau composé" se décompose dans la voie de sortie d'une manière totalement indépendante vis à vis du mode de sa formation. Cela se traduira par l'isotropie de la distribution angulaire donc par une symétrie de courbes $\sigma(\theta)$ autour de $\frac{\pi}{2}$. Un grand nombre de réactions nucléaires vérifient ce modèle. Il est pourtant des cas où il y a contradiction entre la formation possible d'un noyau composé et les résultats obtenus. Nous voulons parler des réactions du genre dp, dn, pd, pn. Lorsque l'énergie de la particule incidente est faible vis à vis de la hauteur de la barrière coulombienne du noyau cible, les réactions (dp) seront par exemple plus probable que les réactions (dn).

OPPENHEIMER et PHILLIPS (1) ont montré que seul le neutron peut s'approcher assez près du noyau pour être capturé tandis que le proton sera réémis. Le proton pourra donc poursuivre sa trajectoire sans être beaucoup affecté par la réaction. Cela explique le fait que la direction incidente soit privilégiée par rapport à toutes les autres et qu'il existe un pic prononcé vers l'avant dans les courbes de distribution angulaire. Est-ce un effet de la barrière coulombienne seulement ? Non, car si on augmente l'énergie des particules incidentes de telle sorte que la barrière coulombienne devienne négligeable, il y a équiprobabilité entre les réactions (dp) et (dn) mais le pic aigu vers l'avant existe encore. Il faut donc admettre qu'une partie seulement du noyau cible participe à la réaction. Il n'y a donc plus noyau composé mais "interaction directe".

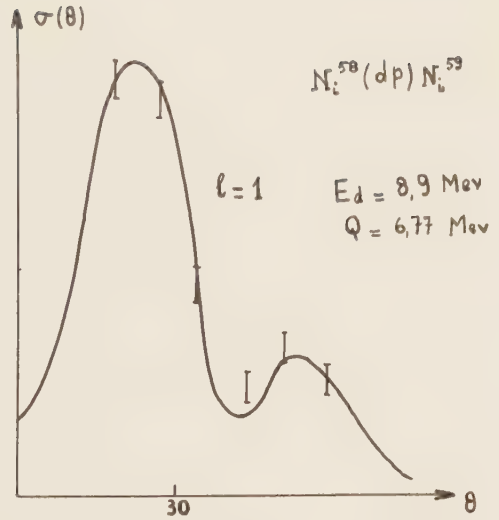
Il n'y a pas que les réactions de stripping qui procèdent de ce modèle bien sûr, mais ces réactions sont très étudiées expérimentalement et permettent de nombreux travaux théoriques.

La théorie des réactions de stripping du deutéron a donné lieu à de très nombreuses recherches. Deux buts principaux sont généralement visés : exploiter les courbes de distribution angulaire de stripping pour en déduire les moments orbitaux du modèle en couche, ou alors améliorer la théorie en elle-même. On sait en effet que la théorie de Butler, bien qu'extrêmement simple permet d'expliquer l'existence d'un pic aigu et d'en déduire le moment orbital de la particule strippée. Cette théorie pourtant est incapable d'expliquer la remontée possible vers l'arrière des courbes de distribution angulaire et la polarisation de la particule émergente.

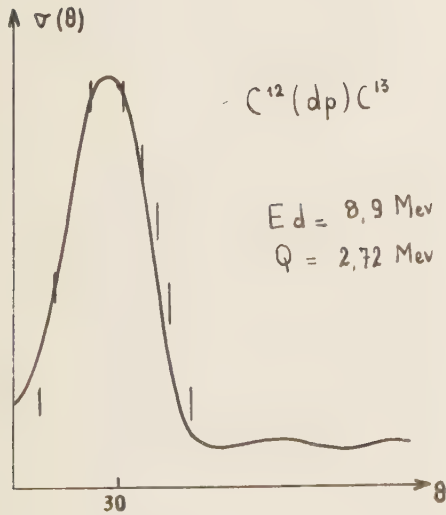
Pour éviter ces inconvénients, deux méthodes de calcul sont possibles. La voie la plus explorée est celle des ondes distordues dite méthode DWBA (Distorted Wave Born Approximation). Les succès de cette méthode sont nombreux comme le montrent les quelques courbes de distribution angulaire ci-après (figure 1).



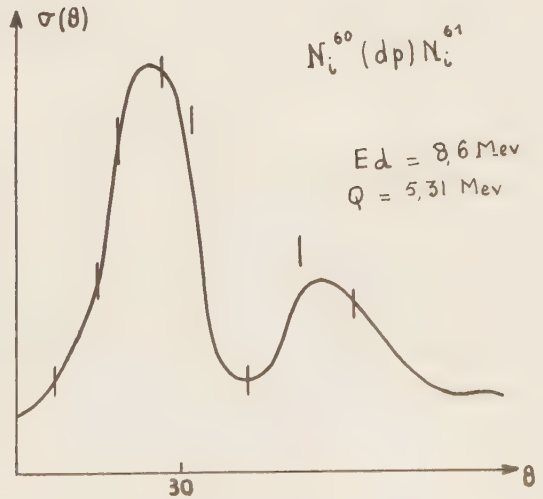
Courbe due à Tobocman²¹⁾
 Cobb et Guth²⁴⁾



Courbe due à Scott²²⁾



Courbe due à Robson²³⁾
 Green et Middleton²³⁾



Courbe due à Scott²²⁾

Fig. 1

Dans la méthode DWBA, l'interaction proton-neutron est un potentiel de portée nulle $\delta(\vec{r}_p - \vec{r}_n)$ mais les ondes entrantes et sortantes ne sont plus des ondes planes mais des ondes distordues. En d'autres termes, on suppose que le deutéron incident "voit" le potentiel moyen formé par tous les nucléons du noyau cible. L'onde entrante sera alors la solution de l'équation de Schrödinger avec un potentiel optique (pouvant d'ailleurs dépendre d'un couplage spin-orbite). Certains auteurs ont essayé d'améliorer cette méthode en distordant également l'onde sortante du proton (par un potentiel complexe différent de celui de la voie d'entrée) compliquant davantage un problème déjà confus. Le reproche majeur que l'on peut faire à cette façon de voir le problème est qu'elle est extrêmement onéreuse et compliquée et qu'elle éloigne un peu de la compréhension physique des phénomènes. En effet, la résolution des équations de Schrödinger dans les voies d'entrée et de sortie ne se fait qu'au prix de nombreuses heures de calculateurs électroniques : des laboratoires américains ont d'ailleurs les programmes tous faits et en changeant certains paramètres arrivent à expliquer de nombreuses courbes de stripping.

La méthode préconisée dans cet exposé, qui prétend être plus simple et moins couteuse, part de l'idée suivante ; nous gardons dans la voie d'entrée et dans la voie de sortie des ondes planes, pourtant nous allons ajouter une interaction, dite complémentaire, du proton sortant avec le noyau cible. Cette interaction pourra dépendre d'un couplage spin-orbite pour expliquer les polarisations mais pourra être une simple interaction en $\delta(\vec{r}_p - \vec{r}_n)$ dans le cas des distributions angulaires. On peut alors avoir de bons résultats pour la distribution angulaire et montrer que la polarisation du proton émergent est différente de zéro.

Nous avons ensuite pensé à appliquer ces idées à un cas optimum, celui où l'interaction complémentaire se réduit à une interaction du proton émergent avec un neutron d'une couche vide, les sous-couches étant complètement remplies en neutrons et protons. De telles conditions évitent de mettre en oeuvre des termes d'échange qui compliquent

raient le problème.

Le type de ces noyaux cibles est l'oxygène 17. Il possède un coeur doublement magique, en neutron et en proton, le neutron sur la dernière couche est lié par 4,14 MeV alors que les particules des sous-couches sont liées par 13,77 MeV (4). Une remontée de la courbe de distribution angulaire sera donc bien due à l'interaction neutron extérieur proton émergent. La vérification se fera d'ailleurs en comparant les courbes expérimentales de réaction $O^{16}(dp)O^{17}$, $O^{17}(dp)O^{19}$ et $O^{18}(dp)O^{19}$. Dans la réaction $O^{16}(d)O^{17}$ on doit escompter des termes d'échanges non négligeables, tandis qu'avec $O^{18}(dp)O^{19}$ les termes complémentaires doivent donner une remontée plus importante que celle de $O^{17}(dp)O^{18}$. En effet, les neutrons et les protons de la dernière couche sont liés par des énergies sensiblement équivalentes (15,67 et 12,13 MeV) dans O^{16} tandis que dans O^{18} les neutrons de la dernière couche sont liés par 8,05 MeV tandis que les protons sont liés par 15,94 MeV. BANERJEE (5) a montré récemment que dans la réaction $O^{16}(dp)$ ces phénomènes d'échange étaient en effet prépondérants pour expliquer la remontée vers l'arrière de la courbe

D'autres corps sont également valables notamment le calcium 41 et le Silicium 29. Cette réaction $Si^{29}(dp)Si^{30}$ présente sur toutes les autres possibles, l'avantage suivant : le neutron est capturé sur une couche s. Ceci simplifie beaucoup les calculs et sera bien adapté à l'exploitation des distributions angulaires, le neutron extérieur étant moins lié que ceux des sous-couches ne pouvant donner lieu à des termes d'échange. Nous ferons entièrement les calculs de polarisation et distribution angulaire de ce cas que nous appellerons cas test.

La comparaison des résultats expérimentaux pour les réactions $Si^{28}(dp)$, $Si^{29}(dp)$ et $Si^{30}(dp)$ devrait également prouver le bien-fondé de cette théorie. La courbe de distribution angulaire à 8 MeV de la réaction $Si^{28}(dp)$ due à KUEHNER et BROMLEY (6) montre qu'effectivement la remontée vers l'arrière est négligeable (figure 2).

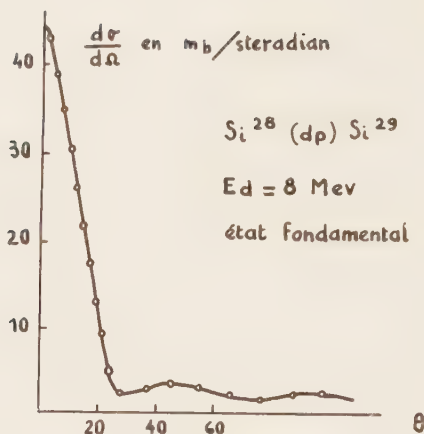


Fig 2

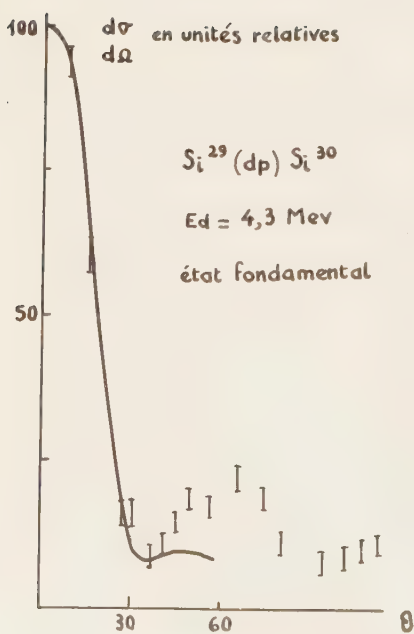


fig 3

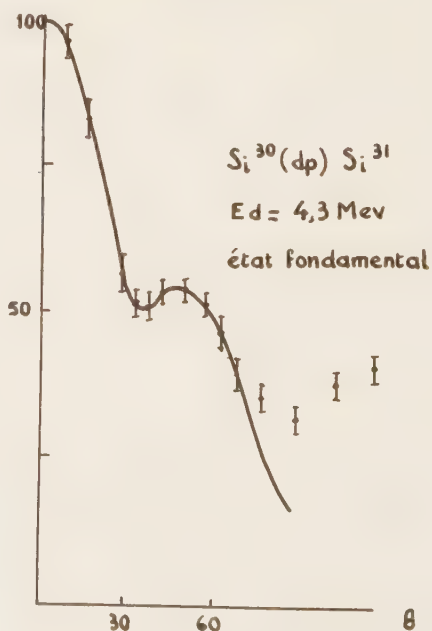


fig 4

Les réactions $\text{Si}^{29}(\text{dp})\text{Si}^{30}$ et $\text{Si}^{30}(\text{dp})\text{Si}^{31}$ ont été faites à 4, 3 MeV par SUKHAREVSKII (10) et recourent assez bien les résultats escomptés comme on le verra sur les figures 3 et 4.

Il faut remarquer que la remontée pour $\text{Si}^{30}(\text{dp})$ est plus grande que pour $\text{Si}^{29}(\text{dp})$ car il se trouve deux neutrons sur la couche externe de Si^{30} pouvant donner une interaction complémentaire au moins deux fois plus importante que pour $\text{Si}^{29}(\text{dp})$.

Dans une première partie, nous montrerons que la polarisation des protons émergents est identiquement nulle lorsque le potentiel d'interaction ne dépend pas du spin. Nous calculerons alors rapidement les différentes contributions à la distribution angulaire avec un potentiel de portée nulle et appliquerons les résultats trouvés aux réactions $\text{Si}^{29}(\text{dp})\text{Si}^{30}$ et $0^{17}(\text{dp})0^{18}$ pour lesquelles, il existe des résultats expérimentaux. Nous calculerons ensuite les amplitudes de transition des termes directs et complémentaires avec un potentiel de portée finie dépendant du spin et utiliserons les résultats obtenus pour calculer la distribution angulaire des termes directs, rectangles et complémentaires ainsi que la polarisation due à ces termes. Nous ferons le calcul complètement pour le cas test, c'est à dire pour la réaction $\text{Si}^{29}(\text{dp})\text{Si}^{30}$.

Lorsque nous trouverons des résultats expérimentaux pour $\text{Si}^{29}(\text{dp})$ nous pourrons faire une comparaison complète aux calculs théoriques de $\sigma(\theta)$ et de P_z . Nous pourrons alors faire une étude théorique analogue pour la réaction $0^{17}(\text{dp})0^{18}$ et comparer éventuellement à l'expérience.

CHAPITRE I

ETABLISSEMENT D'UN FORMALISME GÉOMÉTRIQUE GÉNÉRAL POUR LE CALCUL DE LA DISTRIBUTION ANGULAIRE DE LA POLARISATION DES PROTONS EMERGENTS

- 1/ Calcul de l'amplitude de transition.
- 2/ Etablissement d'une formule générale donnant $\sigma(\theta)$ et P_z
- 3/ La polarisation des protons émergents est nulle si l'interaction ne dépend pas du spin.

ETABLISSEMENT D'UN FORMALISME GEOMETRIQUE GENERAL
POUR LE CALCUL DE LA DISTRIBUTION ANGULAIRE ET DE LA
POLARISATION DES PROTONS EMERGENTS

Après que nous ayons eu calculé l'amplitude de transition du problème de stripping des neutrons par un certain genre de noyaux cibles que nous définirons, nous exposerons une formulation géométrique générale pour le calcul de la distribution angulaire et de la polarisation, identique à celle utilisée par ROBSON(3). Appliquant ce formalisme à notre problème nous pourrions retrouver le fait que la polarisation des protons émergents est nulle lorsque l'interaction proton-neutron est indépendante du spin et ceci quelquesoit la forme de potentiel utilisée.

Le type de noyau considéré dans cet exposé est celui de l'oxygène 17. C'est un noyau dont les niveaux nucléaires sont bien interprétés par le modèle en couche. Pour le noyau cible O^{17} les couches s et p sont complètement remplies en protons et en neutrons et un neutron que nous appellerons "extérieur" se trouve sur la couche $d \frac{5}{2}$. Ce neutron a une énergie de liaison de 4,14 MeV, alors que les nucléons de la couche sous-jacente sont liés par 13,77 MeV. On peut donc penser à juste titre que seul le neutron extérieur pourra donner lieu à une interaction "complémentaire" avec le proton émergent, les possibilités d'échange avec les couches profondes étant faibles. Pour Si^{29} le neutron externe se trouve sur une couche s lié par 8,48 MeV tandis que les nucléons des couches sous-jacentes sont liés par 12,33 MeV. Dans ce cas aussi nous pouvons

spin s_n et s_{n_1} de ces mêmes neutrons.

V_{np}

Intéraction proton émergent-neutron capturé, dite de "Butler".

V_{n_1p}

Intéraction proton émergent-neutron extérieur dite "complémentaire".

Nous devons remarquer que les effets tensoriels dus à la faible contribution d'états d à la fonction d'onde du deuteron et les composantes tensorielles de l'intéraction V_{np} sont petites comme l'a montré WEIDENMULLER (7) et seront négligés dans cet exposé.

$\Psi_d(\vec{R}_d, \vec{r}_p, \vec{r}_n, s_p, s_n)$

Fonction d'onde du deuteron incident,

$\chi_{I_A M_A}(\vec{r}, \vec{r}_n, s_n)$

Fonction d'onde interne du noyau cible.

La somme portera sur les variables $\vec{r}, \vec{r}_n, \vec{r}_p$. Nous allons nous affranchir de la sommation sur les variables internes $\vec{r}$ en introduisant une largeur réduite $\delta_{I_c j_1 j_2}$. Pour cela nous décomposerons

$\chi_{I_B M_B}^*$

et

$\chi_{I_A M_A}$

et sommerons sur $\vec{r}$.

Dans la voie d'entrée le noyau cible A possède un moment cinétique $\vec{I}_A$ que nous pouvons décomposer en $\vec{I}_c + \vec{j}_1$ ou encore en $\vec{I}_c + \vec{l}_1 + \vec{s}_{n_1}$, $\vec{I}_c$ étant le moment cinétique du coeur, $\vec{j}_1$ le moment cinétique total du neutron extérieur, décomposable en une somme du moment orbital $\vec{l}_1$ de ce neutron avec son spin $\vec{s}_{n_1}$ c'est à dire que nous pourrions écrire :

$$|I_A M_A\rangle = \sum_{M_c \mu_1} |I_c M_c j_1 \mu_1\rangle \langle I_c M_c j_1 \mu_1 | I_A M_A \rangle$$

puis :

$$|j_1 \mu_1\rangle = \sum_{m_1, \mu_{n_1}} |\ell_1 m_1 s_{n_1} \mu_{n_1}\rangle \langle \ell_1 m_1 s_{n_1} \mu_{n_1} | j_1 \mu_1 \rangle$$

soit :

$$|I_A M_A\rangle = \sum_{M_C \mu_1 m_1 \mu_{n_1}} \langle I_C M_C j_1 \mu_1 | I_A M_A \rangle \langle \ell_1 m_1 s_{n_1} \mu_{n_1} | j_1 \mu_1 \rangle |I_C M_C\rangle |\ell_1 m_1\rangle |s_{n_1} \mu_{n_1}\rangle$$

Passant en notation de "3 j" on obtient :

$$|I_A M_A\rangle = \sum_{M_C \mu_1 m_1 \mu_{n_1}} (-1)^{I_C - j_1 + M_A + \ell_1 - \frac{1}{2} + \mu_1} \begin{matrix} I_C & j_1 & I_A \\ \hat{I}_A & \hat{j}_1 & \end{matrix} \begin{pmatrix} I_C & j_1 & I_A \\ M_C & \mu_1 & -M_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 & \frac{1}{2} & j_1 \\ m_1 & \mu_{n_1} & -\mu_1 \end{pmatrix} |I_C M_C\rangle |\ell_1 m_1\rangle |\frac{1}{2} \mu_{n_1}\rangle$$

car le spin du neutron est $1/2$. Nous noterons dans cet exposé : $\hat{a} = \sqrt{2a+1}$

On décomposera de même $\vec{I}_B$, moment cinétique du noyau B en

$$\vec{I}_B = \vec{I}_A + \vec{j} \quad \text{puis} \quad \vec{I}_A = \vec{I}_C + \vec{j}_1 \quad \text{et} \quad \vec{j} = \vec{\ell}_n + \frac{1}{2} \quad \vec{j}_1 = \vec{\ell}_1 + \frac{1}{2}$$

et l'état $|I_B M_B\rangle$ en fonction des états $|I_C M_C\rangle |\ell_1 m_1\rangle |\ell_n m_n\rangle |\frac{1}{2} \mu_n\rangle |\frac{1}{2} \mu_{n_1}\rangle$

soit :

$$|I_B M_B\rangle = \sum_{M_C \mu_1 m_1 \mu_{n_1} m_n \mu_n} (-1)^{I_C - j_1 + M_A + \ell_1 - \frac{1}{2} + \mu_1 + \ell_n - \frac{1}{2} + \mu + I_A - j + M_B} \begin{matrix} I_C & j_1 & I_A \\ \hat{I}_A & \hat{j}_1 & \hat{j} & \hat{I}_B \end{matrix} \begin{pmatrix} I_C & j_1 & I_A \\ M_C & \mu_1 & -M_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 & \frac{1}{2} & j_1 \\ m_1 & \mu_{n_1} & -\mu_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_A & j & I_B \\ M_A & \mu & -M_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_n & \frac{1}{2} & j \\ m_n & \mu_n & -\mu \end{pmatrix} |I_C M_C\rangle |\ell_1 m_1\rangle |\ell_n m_n\rangle |\frac{1}{2} \mu_n\rangle |\frac{1}{2} \mu_{n_1}\rangle$$

Or, nous pouvons remarquer que : $\chi_{I_A M_A} (\xi \vec{r}_n s_n) = \langle \xi \vec{r}_n s_n | I_A M_A \rangle$

$$\chi_{I_A M_A} (\xi \vec{r}_n s_n) = \sum_{M_c \mu_1 m_1 \mu_n} (-1)^{I_c - j_1 + M_A + l_1 - \frac{1}{2} + \mu_1} \hat{I}_A \hat{j}_1 \begin{pmatrix} I_c j_1 I_A \\ M_c \mu_1 - M_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 \frac{1}{2} j_1 \\ m_1 \mu_n - \mu_1 \end{pmatrix} \langle \xi \vec{r}_n s_n | I_c M_c l_1 m_1 \frac{1}{2} \mu_n \rangle$$

De même nous décomposerons $\chi_{I_B M_B}^* (\xi \vec{r}_n \vec{r}_n s_n s_n) = \langle I_B M_B | \xi \vec{r}_n \vec{r}_n s_n s_n \rangle$

$$\chi_{I_B M_B}^* (\xi \vec{r}_n \vec{r}_n s_n s_n) = \sum_{M_c \mu_1 m_n \mu_n m_1 \mu_n} (-1)^{I_c - j_1 + M_A + l_1 - 1 + \mu_1 + l_n + \mu + I_A - j + M_B} \hat{I}_A \hat{j}_1 \hat{j} \hat{I}_B \begin{pmatrix} I_c j_1 I_A \\ M_c \mu_1 - M_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 \frac{1}{2} j_1 \\ m_1 \mu_n - \mu_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_A j I_B \\ M_A \mu - M_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_n \frac{1}{2} j \\ m_n \mu_n - \mu \end{pmatrix} \langle I_c M_c l_n m_n l_1 m_1 \frac{1}{2} \mu_n \frac{1}{2} \mu_n | \xi \vec{r}_n \vec{r}_n s_n s_n \rangle$$

Remarquons d'autre part que la fonction d'onde du neutron capturé sera $u_{l_n m_n}^* (K_B \vec{r}_n) = \langle l_n m_n | \vec{r}_n \rangle$, E_B étant l'énergie de liaison du neutron capturé sur la couche l_n .

De la même manière $u_{l_1 m_1}^* (K_A^B \vec{r}_n) = \langle l_1 m_1 | \vec{r}_n \rangle$ sera la fonction d'onde du neutron extérieur sur la couche du moment orbital $\vec{l}_1$ et possédant une énergie de liaison E_n^B sur cette couche dans le noyau B. On définira enfin $u_{l_1 m_1} (K_A^A \vec{r}_n) = \langle \vec{r}_n | l_1 m_1 \rangle$ fonction d'onde du neutron extérieur dans le noyau cible A d'une manière analogue.

Les fonctions $\chi_{I_A M_A}$ et $\chi_{I_B M_B}^*$ sont alors factorisables de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \chi_{I_A M_A}(\xi, \vec{r}_N, s_{N_1}) &= \sum_{M_C \mu_1 m_1 \mu_{N_1}} (-)^{I_C - j_1 + M_A + \ell_1 - \frac{1}{2} + \mu_1} \hat{I}_A \hat{j}_1 \begin{pmatrix} I_C & j_1 & I_A \\ M_C & \mu_1 - M_A & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 & \frac{1}{2} & j_1 \\ m_1 & \mu_{N_1} - \mu_1 & \end{pmatrix} \langle \xi | I_C M_C \rangle \\ &\quad \langle \vec{r}_N, | \ell_1 m_1 \rangle | \frac{1}{2} \mu_{N_1} \rangle \\ &= \sum_{M_C \mu_1 m_1 \mu_{N_1}} (-)^{I_C - j_1 + M_A + \ell_1 - \frac{1}{2} + \mu_1} \hat{I}_A \hat{j}_1 \begin{pmatrix} I_C & j_1 & I_A \\ M_C & \mu_1 - M_A & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 & \frac{1}{2} & j_1 \\ m_1 & \mu_{N_1} - \mu_1 & \end{pmatrix} u_{\ell_1 m_1}(K_N^A \vec{r}_N) \\ &\quad \phi_{I_C M_C}(\xi) | \frac{1}{2} \mu_{N_1} \rangle \end{aligned}$$

Il en sera de même pour $\chi_{I_B M_B}^*(\xi, \vec{r}_N, s_{N_1}, \vec{r}_N, s_{N_1})$

$$\begin{aligned} \chi_{I_B M_B}^*(\xi, \vec{r}_N, \vec{r}_N, s_{N_1}, s_{N_1}) &= \sum_{M_C \mu_1 m_1 \mu_N m_1 \mu_{N_1}} (-)^{I_C - j_1 + M_A + \ell_1 - \frac{1}{2} + \mu_1 + \ell_N - \frac{1}{2} + \mu + I_A - j + M_B} \hat{I}_A \hat{j} \hat{j}_1 \hat{I}_B \begin{pmatrix} I_C & j_1 & I_A \\ M_C & \mu_1 - M_A & \end{pmatrix} \\ &\quad \begin{pmatrix} \ell_1 & \frac{1}{2} & j_1 \\ m_1 & \mu_{N_1} - \mu_1 & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_A & j & I_B \\ M_A & \mu - M_B & \end{pmatrix} \phi_{I_C M_C}^*(\xi) u_{\ell_1 m_1}^*(K_N^B \vec{r}_N) u_{\ell_N m_N}^*(K_B \vec{r}_N) \langle \frac{1}{2} \mu_N \frac{1}{2} \mu_{N_1} \rangle \end{aligned}$$

Il suffit maintenant de faire le produit $\chi_{I_A M_A} \chi_{I_B M_B}^*$ et d'intégrer sur ξ variables internes du noyau cible en posant :

$$\int \phi_{I_C M_C}^*(\xi) \phi_{I_C M_C}(\xi) d\xi = \Theta_{I_C j j_1}^*$$

paramètre lié à la largeur réduite qui dépendra des moments totaux du neutron capturé et extérieur et du moment du coeur.

On obtient donc :

$$\int \chi_{I_B M_B}^* (\xi \vec{r}_N \vec{r}_N, s_N s_N) \chi_{I_A M_A} (\xi \vec{r}_N \vec{r}_N) d\xi = \sum_{\substack{M_A M_C m_N m_1 \mu \mu_n \mu_n \\ \bar{M}_C \bar{m}_1 \bar{\mu}_1 \bar{\mu}_n}} (-1)^{I_A - j + 2I_C - 2j_1 + \ell_n - \frac{3}{2} + M_B + 2M_A + \mu + \mu_1 + \bar{\mu}_1} \frac{\hat{I}_B \hat{I}_A^2}{\hat{j} \hat{j}_1^2} \textcircled{H}^*_{I_C j j_1}$$

$$u_{\ell_n m_n}^* (K_B \vec{r}_N) u_{\ell_1 \bar{m}_1}^* (K_n^B \vec{r}_N) u_{\ell_n m_n} (K_n^A \vec{r}_N) < \frac{1}{2} \mu_n \frac{1}{2} \mu_n, | \frac{1}{2} \bar{\mu}_n >$$

$$\begin{pmatrix} I_A j I_B \\ M_A \mu - M_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_C j_1 I_A \\ M_C \mu_1 - M_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_n \frac{1}{2} j \\ m_n \mu_n - \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 \frac{1}{2} j_1 \\ m_1 \mu_1 - \mu_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_C j_1 I_A \\ \bar{M}_C \bar{\mu}_1 - M_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 \frac{1}{2} j_1 \\ \bar{m}_1 \bar{\mu}_n - \bar{\mu}_1 \end{pmatrix}$$

Avec K_B impulsion du neutron capturé,

E_n^B énergie de liaison du neutron extérieur dans le noyau final,

E_n^A énergie de liaison du neutron extérieur dans le noyau initial,

Les ondes ψ_p et ψ_d seront prises planes dans l'approximation de Born, soit :

$$\psi_p^* (\vec{k}_p \vec{r}_p s_p) = < \frac{1}{2} \mu_p | e^{-i \vec{k}_p \vec{r}_p}$$

$$\psi_d (\vec{k}_d \vec{r}_p \vec{r}_n s_p s_n) = \sqrt{3} \sum_{\bar{\mu}_p \bar{\mu}_n} (-1)^{\mu_d} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 \\ \bar{\mu}_p \bar{\mu}_n - \mu_d \end{pmatrix} \mathcal{Y}_d (|\vec{r}_p - \vec{r}_n|)$$

$$e^{i \frac{k_d}{2} (\vec{r}_p + \vec{r}_n)} | \frac{1}{2} \mu_p > | \frac{1}{2} \bar{\mu}_n >$$

Nous portons ces valeurs dans l'expression de I :

$$\begin{aligned}
 I = & \int \sum_{\substack{M_C \bar{M}_C m_n \bar{m}_n \\ \mu \mu_1 \bar{\mu}_1 \bar{\mu}_n \bar{\mu}_p \mu_n \bar{\mu}_n}} (-)^{I_A - j - 2j_1 + l_n - \frac{3}{2} + M_B + 2M_A + \mu + \mu_1 + \bar{\mu}_1 + \mu_d} \\
 & \frac{1}{\sqrt{3}} \hat{I}_B \hat{I}_A^2 \hat{j} \hat{j}_1^2 \hat{\Theta}_{I_C j j_1}^* \mathcal{U}_{\ell_n m_n}^* (K_B \vec{r}_n) \\
 & \mathcal{U}_{\ell_n m_n}^* (K_B^0 \vec{r}_n) \mathcal{U}_{\ell_n m_n} (K_B^0 \vec{r}_n) e^{-i \vec{k}_p \cdot \vec{r}_p} \mathcal{Y}_d(|\vec{r}_p - \vec{r}_n|) \{V_{np} + V_{n_1 p}\} e^{i \frac{k_d}{2} (\vec{r}_p + \vec{r}_n)} \\
 & \langle \frac{1}{2} \mu_p \frac{1}{2} \mu_n \frac{1}{2} \mu_{n_1} | \frac{1}{2} \bar{\mu}_p \frac{1}{2} \bar{\mu}_n \frac{1}{2} \bar{\mu}_{n_1} \rangle \begin{pmatrix} I_A & j & I_B \\ M_A & \mu & -M_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_C & j_1 & I_A \\ \mu_C & \mu_1 & -M_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_n & \frac{1}{2} & j \\ m_n & \mu_n & -\mu \end{pmatrix} \\
 & \begin{pmatrix} l_1 & \frac{1}{2} & j_1 \\ m_1 & \mu_{n_1} & -\mu_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_C & j_1 & I_A \\ \bar{\mu}_C & \bar{\mu}_1 & -M_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 & \frac{1}{2} & j_1 \\ \bar{m}_1 & \bar{\mu}_{n_1} & -\bar{\mu}_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \bar{\mu}_p & \bar{\mu}_n & -\mu_d \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Les fonctions de spin étant orthonormées :

$$\langle \frac{1}{2} \mu_p \frac{1}{2} \mu_n \frac{1}{2} \mu_{n_1} | \frac{1}{2} \bar{\mu}_p \frac{1}{2} \bar{\mu}_n \frac{1}{2} \bar{\mu}_{n_1} \rangle = \delta_{\mu_p \bar{\mu}_p} \delta_{\mu_n \bar{\mu}_n} \delta_{\mu_{n_1} \bar{\mu}_{n_1}}$$

Utilisons le fait que le noyau cible doit avoir un coeur doublement magique en proton et en neutron ou, tout au moins, les couches internes complètement remplies, c'est à dire que $\vec{I}_C = 0$.

$$\begin{pmatrix} I_C & j_1 & I_A \\ \mu_C & \mu_1 & -M_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & j_1 & I_A \\ 0 & \mu_1 & -M_A \end{pmatrix} = \frac{(-)^{I_A - M_A}}{\hat{I}_A} \delta_{j_1 I_A} \delta_{\mu_1 M_A}$$

$$\begin{pmatrix} I_C & j_1 & I_A \\ \bar{\mu}_C & \bar{\mu}_1 & -M_A \end{pmatrix} = \frac{(-)^{I_A - M_A}}{\hat{I}_A} \delta_{j_1 I_A} \delta_{\bar{\mu}_1 M_A}$$

Or, le fait que $\mu_1 = \bar{\mu}_1 = M_A$ et $\mu_{n_1} = \bar{\mu}_{n_1}$ entraîne que $m_1 = \bar{m}_1$ posons :

$$\begin{aligned}
 B_{\ell_n m_n \ell_1 m_1} = & \int \mathcal{U}_{\ell_n m_n}^* (\vec{r}_n) \mathcal{U}_{\ell_1 m_1}^* (\vec{r}_{n_1}) \mathcal{U}_{\ell_1 m_1} (\vec{r}_{n_1}) \{V_{np} + V_{n_1 p}\} \mathcal{Y}_d(|\vec{r}_p - \vec{r}_n|) \\
 & e^{i \frac{k_d}{2} \cdot \vec{r}_n} e^{i (\frac{k_d}{2} - k_p) \cdot \vec{r}_p} d\vec{r}_n d\vec{r}_{n_1} d\vec{r}_p
 \end{aligned}$$

L'expression de I devient en remarquant que $(-)^{2(j-\mu)} = 1$ donc $(-)^{2M_A} = (-)^{2I_A}$

$$I = \sum_{M_A m_n \mu} (-)^{l_n - j - I_A - 3/2 + M_B + \mu + \mu_d} \frac{1}{\sqrt{3}} \hat{I}_B \hat{I}_A^2 \hat{j} \hat{H}_{0 I_A j}^* B_{l_n m_n l_1 m_1} \begin{pmatrix} I_A & j & I_B \\ M_A & \mu & -M_B \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} l_n & \frac{1}{2} & j \\ m_n & \mu_n - \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 & \frac{1}{2} & I_A \\ m_1 & \mu_{n1} - M_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 & \frac{1}{2} & I_A \\ m_1 & \mu_{n1} - M_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \mu_p & \mu_n - \mu_d \end{pmatrix}$$

et en sommant sur μ_{n1}

$$\sum_{\mu_{n1}} \begin{pmatrix} l_1 & \frac{1}{2} & I_A \\ m_1 & \mu_{n1} - M_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 & \frac{1}{2} & I_A \\ m_1 & \mu_{n1} - M_A \end{pmatrix} = (-)^{M_A + \frac{1}{2} - m_1} \sum_d \hat{d}^i \left\{ \begin{matrix} I_A & I_A & d \\ l_1 & l_1 & \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \begin{pmatrix} I_A & I_A & d \\ M_A & -M_A & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 & l_1 & d \\ m_1 & -m_1 & 0 \end{pmatrix}$$

Cette sommation sera faite en utilisant la formule donnée par MESSIAH (8), dans son traité de mécanique quantique (tome II, page 915, formule 34).

$$\sum_{M_3} (-)^{j_1 + j_2 - m_1 - M_1} \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ m_1 & m_2 - M_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_3 & j_2 & j_1 \\ M_3 & m_2 - M_1 \end{pmatrix} = \sum_{j_3 m_3} \hat{j}_3^2 \left\{ \begin{matrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ j_1 & j_2 & j_3 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ m_1 & m_2 - m_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_3 & j_2 & j_1 \\ m_3 & M_2 - M_1 \end{pmatrix}$$

Ainsi :

$$I(\mu_p \mu_d M_B M_A) = \sum_{d m_n m_1 \mu \mu_n} (-1)^{l_n - I_A - j - 1 + M_B + M_A + \mu + \mu_d - m_1} \frac{1}{\sqrt{3}} \hat{a}^2 \hat{I}_B \hat{I}_A^2 \hat{j} \begin{pmatrix} l_n & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} B_{l_n m_n l_1 m_1} \quad (I_1)$$

$$\begin{pmatrix} I_A I_A d \\ l_1 l_1 \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_A I_A d \\ M_A - M_A 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_A j I_B \\ M_A \mu - M_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_n \frac{1}{2} j \\ m_n \mu_n - \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 l_1 d \\ m_1 - m_1 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 \\ \mu_p \mu_n - \mu_d \end{pmatrix}$$

Avant d'aborder le calcul de la distribution angulaire et de la polarisation, nous allons exposer brièvement une méthode générale de calcul que nous utiliserons constamment par la suite et qui est due à GOLDFARB et JOHNSON, que l'on retrouve dans ROBSON et qui a été simplifiée par PICIN-BONO.

Pour des particules de spin 1/2, le vecteur polarisation est égal à deux fois la valeur moyenne du vecteur de spin $\vec{s}$ soit :

$$\vec{P} = 2 \langle \vec{s} \rangle$$

Les composantes de $\vec{P}$ en fonction des opérateurs standard $S_+ + S_-$ et S_Z seront :

$$P_x = 2 \langle S_x \rangle = \langle S_+ \rangle + \langle S_- \rangle$$

$$P_y = 2 \langle S_y \rangle = -i \left[\langle S_+ \rangle - \langle S_- \rangle \right]$$

$$P_z = 2 \langle S_z \rangle = 2 \langle S_z \rangle$$

Les seuls éléments de matrice non nuls de $S_+ + S_-$ et S_z sont :

$$\langle \frac{1}{2}, +\frac{1}{2} | S_+ | \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \rangle = +1$$

$$\langle \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} | S_- | \frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \rangle = +1$$

$$\langle \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{2} | S_z | \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{2} \rangle = \pm \frac{1}{2}$$

Nous pouvons exprimer la polarisation des particules émergentes à l'aide des tenseurs irréductibles T_J^M dont les éléments de matrice sont particulièrement simples et n'ont qu'une signification géométrique :

$$\begin{aligned} \langle \frac{1}{2} m | T_J^M | \frac{1}{2} m' \rangle &= (-)^{1/2+m'} \langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} m - m' | J M \rangle \\ &= (-)^{1/2+m} \frac{1}{J} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & J \\ m & -m' & -M \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (I_2)$$

Calculons les éléments de matrice de T_1^1 , T_1^{-1} , T_1^0 et T_0^0 :

$$\langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} | T_1^1 | \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \rangle = (-)^{1/2+1/2} \sqrt{3} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix} = +1$$

$$\langle \frac{1}{2} -\frac{1}{2} | T_1^{-1} | \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle = (-)^{1/2-1/2} \sqrt{3} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix} = -1$$

$$\langle \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} | T_1^0 | \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \rangle = (-)^{1/2 \pm 1/2} \sqrt{3} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \pm \frac{1}{2} & \mp \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}}$$

On peut donc identifier :

$$T_1^0 \equiv -\sqrt{2} S_z$$

$$T_1^1 \equiv +S_+$$

$$T_1^{-1} \equiv -S_-$$

De sorte que :

$$\begin{aligned} P_x &= \left[\langle T_1^+ \rangle - \langle T_1^- \rangle \right] \\ P_y &= -i \left[\langle T_1^+ \rangle + \langle T_1^- \rangle \right] \\ P_z &= -\sqrt{2} \langle T_1^0 \rangle \end{aligned} \quad (I_3)$$

Le tenseur $\langle T_0^0 \rangle$ est obligatoirement une constante puisqu'appliqué à n'importe quelle fonction il redonne une constante. D'une manière générale :

$$\begin{aligned} \langle j m | T_0^0 | j m' \rangle &= (-)^{j+m} \begin{pmatrix} j & j & 0 \\ m & -m' & 0 \end{pmatrix} = (-)^{2j} \frac{1}{\sqrt{2j+1}} \delta_{mm'} \\ \langle T_0^0 \rangle &= (-)^{2j} \frac{1}{\sqrt{2j+1}} \end{aligned}$$

Pour une particule de spin $1/2$, $j = 1/2$ ce qui donne $\langle T_0^0 \rangle = -\frac{1}{\sqrt{2}}$. Pour connaître les différentes composantes du vecteur polarisation, il nous faut donc calculer les valeurs moyennes du tenseur T_J^M . Nous savons que la valeur moyenne d'un opérateur A est égale à la trace du produit de cet opérateur par la matrice densité des états considérés $\langle A \rangle = \text{Tr } \rho A$.

Soit ρ la matrice densité des états $|j m\rangle$ dans la voie d'entrée. On pourra écrire :

$$\langle T_J^M \rangle = \text{Tr } \rho T_J^M = \sum_m \langle m | \rho T_J^M | m \rangle = \sum_{mm'} \langle m | \rho | m' \rangle \langle m' | T_J^M | m \rangle$$

Nous pouvons remplacer l'élément de matrice de T_J^M par sa valeur (I_2)

$$\langle T_J^M \rangle = \sum_{mm'} \langle m | \rho | m' \rangle (-)^{j+m} \hat{J} \begin{pmatrix} j & j & J \\ m & -m' & -M \end{pmatrix}$$

Orthogonalisons le "3 j" en multipliant par $\hat{J} (-)^{j+m} \begin{pmatrix} j & j & J \\ m & -m' & -M \end{pmatrix}$ et en sommant sur J M en remarquant que $(-)^{j(j+m)} = 1$. Il vient alors :

$$\langle m | \rho | m' \rangle = \sum_{JM} \langle T_J^M \rangle (-)^{j+m} \hat{J} \begin{pmatrix} j & j & J \\ m & -m' & -M \end{pmatrix} \quad (I_4)$$

En fin de réaction, il n'existe plus qu'une densité $\frac{\rho'}{T_{\rho'}}$ des états $|jm\rangle$ telle que $\rho' = I \rho I^\dagger$ si I est la matrice transition de la réaction.

En fin de réaction :

$$\langle T_R^T \rangle = \frac{T_{\rho'} T_R^T}{T_{\rho'}} = \frac{\sum_{mm'} \langle jm | \rho' | jm' \rangle \langle jm' | T_R^T | jm \rangle}{T_{\rho'}}$$

soit encore :

$$\langle T_R^T \rangle T_{\rho'} = \sum_{mm'} \langle jm | \rho' | jm' \rangle \langle jm' | T_R^T | jm \rangle$$

Il suffira alors de calculer les valeurs moyennes des tenseurs T_1^1 , T_1^{-1} , T_1^0 , T_0^0 pour calculer la polarisation des protons émergents et la distribution angulaire de ces protons, comme nous allons le démontrer.

Ainsi que nous l'avons défini plus haut ρ est la matrice densité dans la voie d'entrée. Si on appelle m_i et m_α les bons nombres quantiques définissant l'état de la cible et de la particule incidente dans la voie d'entrée et $P_{m_\alpha m_i}$ la probabilité de se trouver dans cet état $|m_\alpha m_i\rangle$, alors la matrice densité se définit par :

$$\rho = \sum_{m_\alpha m_i} |m_\alpha m_i\rangle P_{m_\alpha m_i} \langle m_\alpha m_i| \quad (I_5)$$

Soient $m_p m_f$ les bons nombres quantiques définissant l'état du proton et du noyau résiduel dans la voie de sortie. La matrice transition I fera passer de l'état $|m_i m_\alpha\rangle$ à $|m_p m_f\rangle$. Nous poserons :

$$I_{m_p m_f m_\alpha m_i} = \langle m_p m_f | I | m_\alpha m_i \rangle$$

En fin de réaction, la matrice ρ a évolué en la matrice $\rho' = I \rho I^\dagger$ que nous pouvons appeler matrice densité dans la voie de sortie à condition de la normer. En d'autres termes, dans la voie de sortie la matrice densité sera $\frac{\rho'}{\text{Tr} \rho'}$, avec $\rho' = I \rho I^\dagger$. Nous pouvons calculer l'élément de matrice de ρ' :

$$\begin{aligned} \langle m_p m_f | \rho' | m'_p m'_f \rangle &= \sum_{m_\alpha m_i m'_\alpha m'_i} \langle m_p m_f | I | m_\alpha m_i \rangle \langle m_\alpha m_i | \rho | m'_\alpha m'_i \rangle \langle m'_\alpha m'_i | I^\dagger | m'_p m'_f \rangle \\ &= \sum_{m_\alpha m_i m'_\alpha m'_i} \langle m_\alpha m_i | \rho | m'_\alpha m'_i \rangle I_{m_p m_f m_\alpha m_i} I_{m'_p m'_f m'_\alpha m'_i}^* \end{aligned} \quad (I_6)$$

Nous avons déjà calculé les éléments de la matrice ρ dans la voie d'entrée en fonction de la polarisation dans la voie d'entrée (I_4).

Si nous appelons $\langle T_L^Q \rangle$ les tenseurs définissant la polarisation du noyau cible et $\langle T_J^M \rangle$ les tenseurs définissant la polarisation des particules incidentes on généralisera facilement la formule (I₄) pour écrire :

$$\langle m_d m_i | \rho | m'_d m'_i \rangle = \sum_{JMLQ} \langle T_J^M \rangle \langle T_L^Q \rangle \langle j_i m'_i | T_J^M | j_i m_i \rangle \langle j_d m'_d | T_L^Q | j_d m_d \rangle$$

portant (I₇) dans la formule (I₆) on obtient :

$$\langle m_p m_f | \rho' | m'_p m'_f \rangle = \sum_{JMLQ} I_{m_p m_f m_d m_i} I_{m'_p m'_f m'_d m'_i}^* \langle T_J^M \rangle \langle T_L^Q \rangle \langle j_i m'_i | T_J^M | j_i m_i \rangle \langle j_d m'_d | T_L^Q | j_d m_d \rangle$$

Si l'on ne s'intéresse qu'à l'état de la particule (que nous pouvons appeler proton) libérée, il faudra sommer sur tous les états possibles du noyau résiduel soit :

$$\langle m_p | \rho' | m'_p \rangle = \sum_{m_f} \langle m_p m_f | \rho' | m'_p m_f \rangle$$

Calculons la trace de cet opérateur ρ' , matrice densité évoluée :

$$Tr \rho' = \sum_{m_p} \langle m_p | \rho' | m_p \rangle = \sum_{m_p m_f} \langle m_p m_f | \rho' | m_p m_f \rangle = \sum_{m_p m_f} \langle m_p m_f | I \rho I^\dagger | m_p m_f \rangle$$

$$Tr \rho' = \sum_{m_p m_f m_d m_i m'_d m'_i} I_{m_p m_f m_d m_i} I_{m_p m_f m'_d m'_i}^* \langle m_d m_i | \rho | m'_d m'_i \rangle$$

Remplaçons ρ par sa valeur de définition :

$$\rho = \sum_{m_d m_i} |m_d m_i\rangle p_{m_d m_i} \langle m_d m_i|$$

Il vient :

$$T_{z\rho'} = \sum_{m_p m_f m_d m_i m'_d m'_i} I_{m_p m_f m_d m_i} I_{m_p m_f m'_d m'_i}^* \langle m_d m_i | m_d m_i \rangle p_{m_d m_i} \langle m_d m_i | m'_d m'_i \rangle$$

$$T_{z\rho'} = \sum_{m_p m_f m_d m_i} |I_{m_p m_f m_d m_i}|^2 p_{m_p m_f m_d m_i}$$

Ceci n'est pas autre chose que la définition à un coefficient près de la distribution angulaire des particules émergentes, soit :

$$T_{z\rho'} = \frac{v_d}{v_p} \sigma(\theta) \quad (I_8)$$

Ainsi le calcul de la distribution angulaire des protons émergents se ramène au calcul de la trace de la matrice densité évoluée. Le calcul des polarisations des protons émergents se ramènera comme nous l'avons vu plus haut au calcul des valeurs moyennes des tenseurs T_R^T , c'est à dire que si l'on tient compte des polarisations du faisceau incident (définies par les tenseurs T_I^M , et de la polarisation du noyau cible définie par les tenseurs T_L^Q , la polarisation des protons émergents est donnée par la formule générale :

$$\langle T_R^T \rangle T_{z\rho'} = \sum_{\substack{JMLQ \\ m_p m_f m_d m_i \\ m'_p m'_f m'_d m'_i}} \langle T_I^M \rangle \langle T_L^Q \rangle T_{m_i m'_i}^{JM} T_{m_d m'_d}^{LQ} T_{m_p m'_p}^{RT} I_{m_p m_f m_d m_i} I_{m'_p m'_f m'_d m'_i}^*$$

$$\langle T_H^T \rangle T_{2p'} = \sum_{JMLQ} \langle T_J^M \rangle \langle T_L^Q \rangle (-1)^{j_i+m_i+j_d+m_d+j_p+m_p} \begin{matrix} j_i & j_d & j_p \\ j_i & j_d & j_p \end{matrix} \begin{matrix} M & Q & T \end{matrix} I_{m_p m_f m_d m_i} I_{m'_p m'_f m'_d m'_i}^*$$

$$\begin{pmatrix} j_i & j_i & J \\ m_i & -m_i & -M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_d & j_d & L \\ m_d & -m_d & -Q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_p & j_p & R \\ m_p & -m_p & -T \end{pmatrix}$$

Le cas que nous allons considérer est plus simple puisque les deutrons initiaux ne sont pas polarisés donc $J = 0$, $M = 0$ également, les noyaux cibles ne sont plus polarisés donc $L = 0$ et $Q = 0$.

Ceci entraîne que $m_d = m'_d$ et $m_i = m'_i$ et, d'autre part :

$$\langle T_J^M \rangle = \langle T_0^0 \rangle = (-1)^{1+m_i} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ m_i & -m_i & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\langle T_L^Q \rangle = \langle T_0^0 \rangle = (-1)^{j_d+m_d} \begin{pmatrix} j_d & j_d & 0 \\ m_d & -m_d & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{j_d}$$

Mais :

$$T_{m_d m'_d}^{LQ} = T_{m_d m'_d}^{00} = \frac{1}{j_d} \text{ et } T_{m_i m'_i}^{JM} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Ce qui donne en appelant μ_p le moment magnétique du proton suivant l'axe de quantification M_B le moment du noyau final et M_A le moment du noyau initial c'est à dire en posant :

$$\begin{aligned} j_i &= 1 \\ j_d &= I_A \\ j_p &= 1/2 \\ m_p &= \mu_p \\ m_i &= \mu_d \\ m_d &= M_A \\ m_f &= M_B \end{aligned}$$

$$\langle T_R^P \rangle T_{\epsilon f'} = \sum_{M_B M_A} \frac{1}{3} \frac{\hat{R}}{\hat{I}_A^2} (-)^{1/2 + \mu_f} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & R \\ \mu_f - \mu_{f'} - T \end{pmatrix} I_{\mu_f \mu_d M_B M_A} I_{\mu_{f'} \mu_d M_B M_A}^* \quad (I_9)$$

Appliquons maintenant ce formalisme au cas particulier de notre réaction. Nous avons obtenu à la page 18 l'expression de l'amplitude de transition (formule I₁). En la transportant dans la formule (I₉) on obtient :

$$\langle T_R^T \rangle T_{\epsilon f'} = \sum_{M_B M_A \mu_f \mu_{f'} \mu_d} (-)^{1/2 + \mu_f} \frac{1}{3} \frac{\hat{R}}{\hat{I}_A^2} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & R \\ \mu_f - \mu_{f'} - T \end{pmatrix} \left\{ \sum_{d m_n m_1 \mu_n} (-)^{l_n - j - I_A - 1 + M_B + M_A + \mu + \mu_d - m_1} \frac{1}{\sqrt{3}} \hat{d}^2 \hat{I}_B \hat{I}_A^2 \hat{j} \right.$$

$$\left. \begin{pmatrix} I_A I_A d \\ l_1 l_1 \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_A I_A d \\ M_A - M_A 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_A j I_B \\ M_B \mu - M_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_n \frac{1}{2} j \\ m_n \mu_n - \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 l_1 d \\ m_1 - m_1 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\left| \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \mu_f \mu_n - \mu_d \end{pmatrix} \right| \left\{ \sum_{d' m'_n m'_1 \mu'_n} (-)^{l_n - j - I_A - 1 + M_B + M_A + \mu_d + \mu' - m'_1} \frac{1}{\sqrt{3}} \hat{d}'^2 \hat{I}_B \hat{I}_A^2 \hat{j} \begin{pmatrix} I_A I_A d' \\ l_1 l_1 \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_A I_A d' \\ M_A - M_A 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_A j I_B \\ M_B \mu' - M_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_n \frac{1}{2} j \\ m'_n \mu'_n - \mu' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 l_1 d' \\ m'_1 - m'_1 0 \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \mu_{f'} \mu'_n - \mu_d \end{pmatrix}$$

$$\left| \begin{pmatrix} I_A I_A d' \\ l_1 l_1 \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_A I_A d' \\ M_A - M_A 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_A j I_B \\ M_B \mu' - M_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_n \frac{1}{2} j \\ m'_n \mu'_n - \mu' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 l_1 d' \\ m'_1 - m'_1 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \mu_{f'} \mu'_n - \mu_d \end{pmatrix} \right|$$

Réarrangeons cette expression en groupant les termes semblables :

$$\begin{aligned}
 \langle T_R^T \rangle T_{2p}' &= \hat{I}_B^2 \hat{I}_A^2 \hat{j}^2 R \sum_{\substack{M_B M_A \mu_p \mu_p' \mu_d m_n m_n' \\ m_i m_i' \mu \mu_n \mu_n' d d'}}^{(H)_{OIAj}} (-)^{2I_B - m_i - m_i' + \frac{1}{2} + \mu_p} \hat{d}^2 \hat{d}'^2 B_{\ell_n m_n \ell_i m_i} \\
 & B_{\ell_n m_n \ell_i m_i}^* \left\{ \begin{matrix} I_A I_A d \\ \ell_i \ell_i \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} I_A I_A d' \\ \ell_i \ell_i \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \begin{pmatrix} I_A I_A d \\ M_A - M_A 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_A I_A d' \\ M_A - M_A 0 \end{pmatrix} (I_{10}) \\
 & \begin{pmatrix} I_A j I_B \\ M_A \mu - M_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_A j I_B \\ M_A \mu' - M_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_i \ell_i d \\ m_i - m_i 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_i \ell_i d' \\ m_i' - m_i' 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_n \frac{1}{2} j \\ m_n \mu_n - \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_n \frac{1}{2} j \\ m_n' \mu_n' - \mu' \end{pmatrix} \\
 & \left| \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 \\ \mu_p \mu_n - \mu_d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 \\ \mu_p' \mu_n' - \mu_d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \frac{1}{2} R \\ \mu_p - \mu_p' - T \end{pmatrix} \right|
 \end{aligned}$$

On s'intéresse à la polarisation P_Z suivant l'axe de quantification $\vec{k}_p \wedge \vec{k}_d$
 donc $T = 0$ et $\mu_p = \mu_p'$ ce qui entraîne $\mu_n = \mu_n'$ et $m_n = m_n'$
 car $M_B = M_A + \mu \neq M_A + \mu'$ entraîne $\mu = \mu'$.

On remarquera également que :

$$\sum_{\mu_d} \left(\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 \\ \mu_p \mu_n - \mu_d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 \\ \mu_p \mu_n - \mu_d \end{pmatrix} \right) = \frac{1}{6}$$

$$\text{car : } \sum_{j_d \mu_d} \hat{j}_d^2 \left(\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \frac{1}{2} j_d \\ \mu_p \mu_n - \mu_d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \frac{1}{2} j_d \\ \mu_p \mu_n - \mu_d \end{pmatrix} \right) = 1$$

$$\text{mais : } \vec{j}_d = \vec{\frac{1}{2}} + \vec{\frac{1}{2}} \quad j_d = 0 \text{ ou } 1$$

Soit donc en explicitant la somme sur j_d :

$$\sum_{\mu_d} 3 \left(\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 \\ \mu_p \mu_n - \mu_d \end{pmatrix} \right)^2 + \sum_{j_d=0} \left(\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \frac{1}{2} 0 \\ \mu_p \mu_n 0 \end{pmatrix} \right)^2 = 1$$

Or,
$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \mu_p & \mu_n & 0 \end{pmatrix} = (-) \frac{1}{\sqrt{2}} \delta_{\mu_p \mu_n} \quad \text{soit}$$

$$\sum_{\mu_d} 3 \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{\mu_p \mu_n - \mu_d} \right)^2 + \frac{1}{2} = 1$$

ce qui démontre la relation cherchée. On peut également introduire un coefficient "6 j" en sommant sur M_B uniquement :

$$\sum_{M_B} \left| \begin{pmatrix} I_A & j & I_B \\ M_A & \mu & -M_B \end{pmatrix} \right|^2 = (-) \sum_{d''} \hat{d}''^2 \left\{ \begin{pmatrix} I_A & I_B & d'' \\ j & j & I_B \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} I_A & I_B & d'' \\ M_A & -M_B & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j & j & d'' \\ \mu & -\mu & 0 \end{pmatrix}$$

En reportant dans l'expression de $\langle T_R^0 \rangle T_{2p}'$ on obtient alors :

$$\begin{aligned} \langle T_R^0 \rangle T_{2p}' &= \frac{1}{6} \hat{I}_B^2 \hat{I}_A^2 \hat{j}^2 \hat{R} \bigoplus_{0 I_A j} \sum_{\substack{I_A + j + \frac{1}{2} + M_A - \mu - m_1 - m_1' + \mu_p \\ M_A \mu_p \mu_n m_1 m_1' m_n \mu}} (-) \hat{d}^2 \hat{d}'^2 \hat{d}''^2 B_{\ell_n m_n \ell_1 m_1} \\ & B_{\ell_n m_n \ell_1 m_1}^* \left\{ \begin{pmatrix} I_A & I_B & d \\ \ell_1 & \ell_1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \right\} \left\{ \begin{pmatrix} I_A & I_B & d' \\ \ell_1 & \ell_1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \right\} \left\{ \begin{pmatrix} I_A & I_B & d'' \\ j & j & I_B \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} I_A & I_B & d \\ M_A & -M_A & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_A & I_B & d' \\ M_A & -M_A & 0 \end{pmatrix} \quad (I_{11}) \\ & \begin{pmatrix} I_A & I_B & d'' \\ M_A & -M_A & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_1 & d \\ m_1 & -m_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_1 & d' \\ m_1' & -m_1' & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j & j & d'' \\ \mu & -\mu & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_n & \frac{1}{2} & j \\ m_n & \mu_n & -\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_n & \frac{1}{2} & j \\ m_n & \mu_n & -\mu \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Nous pouvons sommer sur μ_n suivant la technique habituelle pour faire apparaître un "6 j" :

$$\sum_{\mu_n} \begin{pmatrix} j & l_n & \frac{1}{2} \\ -\mu_n & m_n & \mu_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & j & l_n \\ \mu_n & -\mu_n & m_n \end{pmatrix} = (-)^{\frac{1}{2} + \mu - m_n} \sum_e \hat{e}^2 \begin{Bmatrix} j & j & e \\ l_n & l_n & \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} j & j & e \\ \mu - \mu_0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_n & l_n & e \\ -m_n & m_n & 0 \end{pmatrix}$$

Réécrivons l'expression de $\langle T_R^0 \rangle T_{\alpha\beta}'$

$$\begin{aligned} \langle T_R^0 \rangle T_{\alpha\beta}' &= \frac{1}{6} \hat{I}_B^2 \hat{I}_A^2 \hat{j}^2 \hat{R} \textcircled{H}^2_{0 I_A j} \sum_{\substack{m_1, m_1', m_n, \mu, M_A \\ d, d', d'' e}} (-)^{I_A + 1 - j + M_A - m_1 - m_1' - m_n + \mu} \frac{1}{\hat{d}^2 \hat{d}'^2 \hat{d}''^2 \hat{e}^2} \\ & B_{l_n m_n l_1 m_1} B_{l_n m_n l_1 m_1'}^* \begin{Bmatrix} I_A I_A d \\ l_1 l_1 \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} I_A I_A d' \\ l_1 l_1 \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} I_A I_A d'' \\ j j I_B \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} j j e \\ l_n l_n \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \\ & \begin{pmatrix} I_A I_A d \\ M_A - M_A 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_A I_A d' \\ M_A - M_A 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_A I_A d'' \\ M_A - M_A 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 l_1 d \\ m_1 - m_1 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 l_1 d' \\ m_1' - m_1' 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j j d'' \\ \mu - \mu_0 \end{pmatrix} \\ & \begin{pmatrix} j j e \\ \mu - \mu_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_n l_n e \\ m_n - m_n 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \frac{1}{2} R \\ \mu_p - \mu_p 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

On somme sur : μ

$$\sum_{\mu} \begin{pmatrix} j j d'' \\ \mu - \mu_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j j e \\ \mu - \mu_0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\hat{d}''^2} \delta_{d'' e}$$

Sommons sur μ_p

$$\begin{aligned} \sum_{\mu_p} (-)^{\mu_p} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \frac{1}{2} R \\ \mu_p - \mu_p 0 \end{pmatrix} &= (-)^{\frac{1}{2}} \sqrt{2} \sum_{\mu_p} (-)^{\mu_p - \frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \frac{1}{2} R \\ \mu_p - \mu_p 0 \end{pmatrix} = (-)^{\frac{1}{2}} \sqrt{2} \sum_{\mu_p} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \frac{1}{2} 0 \\ \mu_p - \mu_p 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \frac{1}{2} R \\ \mu_p - \mu_p 0 \end{pmatrix} \\ &= (-)^{\frac{1}{2}} \sqrt{2} \delta_{R,0} \end{aligned}$$

On obtient donc nécessairement $R = 0$, donc :

$$P_Z \equiv 0$$

Nous pouvons poursuivre le calcul pour obtenir la distribution angulaire

$$\langle T_{00} \rangle T_{\tau\beta}' = \frac{\sqrt{2}}{6} \hat{I}_B^2 \hat{I}_A^2 \hat{j}^2 \Theta_{0I_A j}^2 \sum (-)^{I_A - j - \frac{1}{2} + M_A - m_1 - m_1' - m_n} \hat{d}^1 \hat{d}'^2 \hat{d}''^2$$

$$B_{l_n m_n l_1 m_1} B_{l_n m_n l_1 m_1}^* \left\{ \begin{matrix} I_A I_A d \\ l_1 l_1 \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} I_A I_A d' \\ l_1 l_1 \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} I_A I_A d'' \\ j j I_B \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} l_n l_n d'' \\ j j \frac{1}{2} \end{matrix} \right\}$$

$$\left(\begin{matrix} I_A I_A d \\ M_A - M_A 0 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} I_A I_A d' \\ M_A - M_A 0 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} I_A I_A d'' \\ M_A - M_A 0 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} l_1 l_1 d \\ m_1 - m_1 0 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} l_1 l_1 d' \\ m_1' - m_1' 0 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} l_n l_n d'' \\ m_n - m_n 0 \end{matrix} \right)$$

Sommons sur M_A :

$$\sum_{M_A} (-)^{3I_A + 3M_A} \left(\begin{matrix} I_A I_A d \\ M_A - M_A 0 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} I_A I_A d' \\ M_A - M_A 0 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} I_A I_A d'' \\ M_A - M_A 0 \end{matrix} \right) = \begin{pmatrix} d & d' & d'' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} d & d' & d'' \\ I_A & I_A & I_A \end{matrix} \right\}$$

En remarquant que $\langle T_{00} \rangle = -\frac{1}{\sqrt{2}}$, il vient :

$$T_{\tau\beta}' = \frac{1}{6} \hat{I}_B^2 \hat{I}_A^2 \hat{j}^2 \Theta_{0I_A j}^2 \sum_{\substack{d d' d'' \\ m_1 m_1' m_n}} (-)^{m_1 + m_1' + m_n} \hat{d}^1 \hat{d}'^2 \hat{d}''^2 B_{l_n m_n l_1 m_1} B_{l_n m_n l_1 m_1}^* \left\{ \begin{matrix} I_A I_A d \\ l_1 l_1 \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} I_A I_A d' \\ l_1 l_1 \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} I_A I_A d'' \\ j j I_B \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} l_n l_n d'' \\ j j \frac{1}{2} \end{matrix} \right\}$$

$$\left\{ \begin{matrix} d & d' & d'' \\ I_A & I_A & I_A \end{matrix} \right\} \left(\begin{matrix} l_1 l_1 d \\ m_1 - m_1 0 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} l_1 l_1 d' \\ m_1' - m_1' 0 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} l_n l_n d'' \\ m_n - m_n 0 \end{matrix} \right) \begin{pmatrix} d & d' & d'' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(I₁₂)

Dans chaque cas particulier de réaction, il faudra expliciter $B_{l_n m_n, l_1 m_1}$. Les valeurs l_n et l_1 seront d'ailleurs rapidement trouvées en utilisant la théorie de Butler du stripping et pour ce faire les tables de LUBITZ (12). Il faudra ensuite déterminer le moment total du niveau sur lequel est capturé le neutron dans le modèle en couche. Connaissant $I_A l_1 l_n j$ nous pourrons alors faire le calcul complet de $\sigma(\theta)$ et montrer qu'effectivement les termes complémentaires expliquent assez bien la remontée de la courbe pour les angles supérieurs à 90° . Il est intéressant de noter que nous avons montré que $I_x \equiv 0$ sans calculer $B_{l_n m_n, l_1 m_1}$ donc indépendamment de la nature des potentiels d'interaction V_{np} et V_{n1p} qui ne respectent que la condition d'être indépendants du spin. La démonstration est donc valable si l'on considère des potentiels V_{np} et V_{n1p} de portée nulle, ou de portée finie du genre GAUSS, YUKAWA....

Avant d'entreprendre le calcul d'une application numérique de la formule (I₁₂) nous allons discuter de la validité de l'approximation de Born utilisée.

Désignons par a la voie d'entrée de la réaction $A(dp)B$. A chaque ensemble de condition initiale, on peut associer une onde plane

$$\Phi_a = \varphi_a e^{i \vec{k}_a \vec{r}_a}$$

et deux ondes stationnaires ψ_a^+ et ψ_a^- . L'onde ψ_a^+ sera solution stationnaire de H correspondant à l'énergie E ayant dans la voie d'entrée un comportement d'onde purement sortante :

$$\begin{aligned} H_a \phi_a &= E \phi_a \\ H \psi_a^\pm &= E \psi_a^\pm \end{aligned}$$

On montre alors que l'élément de matrice de I est égal à :

$$I_{ba} = \langle \phi_b | V_p | \psi_a^+ \rangle \quad (\text{Messiah, II, page 720})$$

mais :

$$\psi_a^+ = \left(1 + \frac{1}{E - H \pm i\epsilon} V_a \right) \phi_a$$

d'après Messiah (II, page 724)

Il vient alors :

$$I_{ba} = \langle \phi_b | V_p + V_p \frac{1}{E - H \pm i\epsilon} V_a | \phi_a \rangle$$

L'approximation de BORN, 1ère approximation de ce problème, revient à ne garder que le 1er terme et à écrire :

$$I_{ba} = \langle \phi_b | V_p | \phi_a \rangle$$

Certains auteurs, utilisant le formalisme de LIPPMAN et SCHWINGER (25) ont fait des calculs de diffusions multiples (26) (27) sur le 2ème terme. Cela conduit à des calculs très compliqués. On peut également approcher ψ_a^+ par une onde χ_a^+ distordue par un potentiel optique convenable, c'est la méthode DWBA. Nous avons quant à nous préféré garder des ondes planes et négliger la contribution à l'amplitude de transitions du 2ème terme, c'est à dire que nous nous sommes placés dans l'approximation de BUTLER-BORN, en regardant de plus près les interactions mises en jeu. Cette approximation est supposée être valable quand les énergies cinétiques dans

les voies d'entrée et de sortie sont suffisamment hautes pour que les fonctions d'ondes soient bien représentées par des ondes planes d'après TOBOCMAN (2). C'est ce que nous avons essayé de faire en plaçant l'énergie incidente des deuteron à 9 MeV pour calculer la polarisation des protons émergents.

CHAPITRE II

CALCUL DE LA DISTRIBUTION ANGULAIRE DES RÉACTIONS
 $\text{Si}^{29}(\text{dp})\text{Si}^{30}$ et $\text{O}^{17}(\text{dp})\text{O}^{18}$
TENANT COMPTE DU SPIN DES PARTICULES

- 1/ Calcul des amplitudes de transition
 - a) du terme direct
 - b) du terme extérieur

- 2/ Calcul des sections efficaces
 - a) terme direct
 - b) terme rectangle
 - c) terme complémentaire

- 3/ Application numérique
 - a) application à la réaction $\text{Si}^{29}(\text{dp})\text{Si}^{30}$
 - b) application à la réaction $\text{O}^{17}(\text{dp})\text{O}^{18}$

CALCUL DE LA DISTRIBUTION ANGULAIRE DES REACTIONS

$$\text{Si}^{29}(\text{dp})\text{Si}^{30} \quad \text{et} \quad \text{O}^{17}(\text{dp})\text{O}^{18}$$

TENANT COMPTE DU SPIN DES PARTICULES

Nous allons appliquer le résultat obtenu dans le chapitre précédent, c'est à dire la formule (I_{12}) aux réactions de stripping $\text{O}^{17}(\text{dp})\text{O}^{18}$ et $\text{Si}^{29}(\text{dp})\text{Si}^{30}$ qui semblent particulièrement bien indiquées pour vérifier notre modèle. Il nous faut tout d'abord calculer le terme $B_{\ell_n m_n \ell_1 m_1}$ intervenant dans (I_{12}) c'est à dire :

$$B_{\ell_n m_n \ell_1 m_1} = \int u_{\ell_n m_n}^* (K_B \vec{r}_n) u_{\ell_1 m_1}^* (K_n^B \vec{r}_n) u_{\ell_1 m_1} (K_n^A \vec{r}_n) \{ V_{np} + V_{n1p} \} \\ \varphi_d(|\vec{r}_p - \vec{r}_n|) e^{i \frac{k_d}{2} \vec{r}_n} e^{i (\frac{k_d}{2} - k_p) \cdot \vec{r}_p} d\vec{r}_p d\vec{r}_n d\vec{r}_1$$

Nous utiliserons dans ces calculs l'hypothèse utilisée par BUTLER (16) et que TOBOCMAN (2) appelle le "postulat de l'interaction de surface" inférant que presque tout le stripping se produit à la surface de la cible du fait du faible libre parcours moyen du deuteron à l'intérieur de la matière nucléaire. L'intégrale précédente aura donc pour limites inférieures, le rayon nucléaire R_0 . Il est d'ailleurs possible que ce "rayon de stripping" soit plus grand que le rayon nucléaire classique $R_0 = r_0 A^{1/3}$. Il variera pourtant autour de cette valeur. SITENKO (8) utilise pour rayon de stripping, la valeur $R = R_A + R_D$ ou $R_A = r_0 A^{1/3}$ est le rayon nucléaire

du noyau cible A et R_D le rayon du deutérium, soit $2,1 \cdot 10^{-13}$ cm; nous considérerons quant à nous R_0 comme un paramètre légèrement variable autour de la valeur R , et l'ajusterons pour obtenir le meilleur recouplement des résultats expérimentaux. Au delà de R_0 , MORSE et FESHBACH (9) montrent que la fonction $u_l(r)$ est proportionnelle à une fonction de Hankel sphérique. Normalisant cette fonction sur la surface nucléaire nous obtiendrons :

$$u_{l_n m_n}(K_B \vec{r}_n) = u_{l_n}(K_B r_n) Y_{l_n m_n}(\Omega_n) = \frac{h_{l_n}^{(1)}(i K_B r_n)}{h_{l_n}^{(1)}(i K_B R_0)} Y_{l_n m_n}(\Omega_n)$$

$$u_{l_1 m_1}^*(K_n^B \vec{r}_{n_1}) = u_{l_1}^*(K_n^B r_{n_1}) Y_{l_1 m_1}^*(\Omega_{n_1}) = \frac{h_{l_1}^{(1)}(i K_n^B r_{n_1})}{h_{l_1}^{(1)}(i K_n^B R_0)} Y_{l_1 m_1}^*(\Omega_{n_1}) (I_1)$$

$$u_{l_1 m_1}(K_n^A \vec{r}_{n_1}) = u_{l_1}(K_n^A r_{n_1}) Y_{l_1 m_1}(\Omega_{n_1}) = \frac{h_{l_1}^{(1)}(i K_n^A r_{n_1})}{h_{l_1}^{(1)}(i K_n^A R_0)} Y_{l_1 m_1}(\Omega_{n_1})$$

Nous séparons $B_{l_n m_n l_1 m_1}$ en deux termes que nous calculerons séparément en utilisant des potentiels d'interaction V_{np} et $V_{n_1 p}$ de portée nulle $V_0 \delta(|\vec{r}_n - \vec{r}_p|)$ et $V_0 \delta(|\vec{r}_{n_1} - \vec{r}_p|)$

$$B_{l_n m_n l_1 m_1}^{NP} = V_0 \int u_{l_n m_n}^*(K_B \vec{r}_n) u_{l_1 m_1}^*(K_n^B \vec{r}_{n_1}) u_{l_1 m_1}(K_n^A \vec{r}_{n_1}) \delta(|\vec{r}_p - \vec{r}_{n_1}|) \mathcal{Y}_d(|\vec{r}_p - \vec{r}_n|) e^{i \frac{k_d}{2} \vec{r}_n} e^{i (\frac{k_d}{2} - k_p) \vec{r}_p} d\vec{r}_n d\vec{r}_p d\vec{r}_{n_1}$$

$$B_{l_n m_n l_1 m_1}^{N_1 P} = V_0 \int u_{l_n m_n}^*(\cdot) u_{l_1 m_1}^*(\cdot) u_{l_1 m_1}(\cdot) \delta(|\vec{r}_p - \vec{r}_{n_1}|) \mathcal{Y}_d(|\vec{r}_p - \vec{r}_n|) e^{i \frac{k_d}{2} \vec{r}_n} e^{i (\frac{k_d}{2} - k_p) \vec{r}_p} d\vec{r}_n d\vec{r}_p d\vec{r}_{n_1}$$

Le choix de potentiels de portée nulle est parfaitement compatible avec le fait que les ondes entrantes et sortantes sont des ondes planes. En effet, pour que rien ne perturbe l'onde plane incidente, il faut que l'interaction avec le noyau cible soit une interaction de contact, ce contact se faisant à la surface nucléaire en vertu du postulat de Butler. Une interaction δ est donc totalement justifiée.

Terme Direct -

$$\begin{aligned}
 B_{l_n m_n l_1 m_1}^{NP} &= V_0 \varphi_d(0) \int \mathcal{U}_{l_n m_n}^*(K_B \vec{r}_N) \mathcal{U}_{l_1 m_1}^*(K_n^B \vec{r}_{N_1}) \mathcal{U}_{l_1 m_1}(K_n^A \vec{r}_{N_1}) \\
 &\quad e^{i(\vec{k}_d - \vec{k}_p) \cdot \vec{r}_N} d\vec{r}_N d\vec{r}_{N_1} \\
 &= V_0 \varphi_d(0) \int \mathcal{U}_{l_n}^*(K_B r_N) \mathcal{U}_{l_1}^*(K_n^B r_{N_1}) \mathcal{U}_{l_1}(K_n^A r_{N_1}) e^{i(\vec{k}_d - \vec{k}_p) \cdot \vec{r}_N} \\
 &\quad r_N^2 dr_N r_{N_1}^2 dr_{N_1} \\
 &\quad \int Y_{l_n m_n}^*(\Omega_n) Y_{l_1 m_1}^*(\Omega_{n_1}) Y_{l_1 m_1}(\Omega_{n_1}) d\Omega_n d\Omega_{n_1}
 \end{aligned}$$

Développons l'onde plane en harmoniques sphériques :

$$e^{i(\vec{k}_d - \vec{k}_p) \cdot \vec{r}_N} = e^{i\vec{\xi} \cdot \vec{r}_N} = 4\pi \sum_{LM} i^L j_L(\xi r_N) Y_{LM}^*(\Omega_{\xi}) Y_{LM}(\Omega_n)$$

et intégrons sur les variables angulaires :

$$\begin{aligned}
 \int Y_{l_1 m_1}^*(\Omega_{n_1}) Y_{l_1 m_1}(\Omega_{n_1}) d\Omega_{n_1} &= 1 \\
 \int Y_{l_n m_n}^*(\Omega_n) Y_{LM}(\Omega_n) d\Omega_n &= \delta_{L l_n} \delta_{M m_n}
 \end{aligned}$$

Si nous posons : $\vec{\xi} = \vec{k}_d - \vec{k}_p$

Il vient :

$$B_{\ell_n m_n \ell_1 m_1}^{N,P} = 4\pi V_0 \mathcal{Y}_d(0) i^{\ell_n} U_{\ell_1}(K_n^A, K_n^B) T_{\ell_n}(K_B, \xi) Y_{\ell_n m_n}^*(\Omega_\xi) \quad (II_2)$$

avec :

$$U_{\ell_1}(K_n^A, K_n^B) = \int u_{\ell_1}^*(K_n^B r_n) u_{\ell_1}(K_n^A r_n) r_n^2 dr_n$$

$$T_{\ell_n}(K_B, \xi) = \int u_{\ell_n}^*(K_B r_n) j_{\ell_n}(\xi r_n) r_n^2 dr_n$$

Terme Extérieur -

On calcule de même $B_{\ell_n m_n \ell_1 m_1}^{N,P}$ en prenant $V_{n,p} = V_0 \delta(|\vec{r}_n, -\vec{r}_p|)$
et en posant : $\vec{\gamma} = \frac{k\vec{d}}{2} - k\vec{p}$

$$B_{\ell_n m_n \ell_1 m_1}^{N,P} = V_0 \int u_{\ell_n m_n}^*(K_B \vec{r}_n) u_{\ell_1 m_1}^*(K_n^B \vec{r}_n) u_{\ell_1 m_1}(K_n^A \vec{r}_n) \mathcal{Y}_d(|\vec{r}_n - \vec{r}_n|) e^{i \frac{k\vec{d}}{2} \cdot \vec{r}_n} e^{i \vec{\gamma} \cdot \vec{r}_n} d\vec{r}_n d\vec{r}_n$$

Pour intégrer cette expression, nous emploierons une steepest descent method, c'est à dire que nous remplacerons $\mathcal{Y}_d(|\vec{r}_n, -\vec{r}_n|)$ par une valeur moyenne $\mathcal{Y}_{dm}$, ce qui donne :

$$B_{l_n m_n l_1 m_1}^{N, P} = (4\pi)^{3/2} V_0 \mathcal{Y}_{dm} i^{l_n} \mathcal{V}_{l_n} (K_B, \frac{k_d}{2}) Y_{l_n m_n}^* (\Omega_{\frac{k_d}{2}}) \sum_t (-)^{m_1} \hat{l}_1^2 \hat{t} \\ i^t Y_{t_0}^* (\Omega_X) W_{t l_1} (K_n^A, K_n^B, X) \begin{pmatrix} l_1 & l_1 & t \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 & l_1 & t \\ m_1 & -m_1 & 0 \end{pmatrix} \quad (II_3)$$

$$\mathcal{V}_{l_n} (K_B, \frac{k_d}{2}) = \int u_{l_n}^* (K_B r_n) j_{l_n} (\frac{k_d}{2} r_n) r_n^2 dr_n$$

avec :

$$W_{l_1 t} = \int u_{l_1}^* (K_n^B r_{n_2}) u_{l_1} (K_n^A r_{n_1}) j_t (X r_{n_1}) r_{n_1}^2 dr_{n_1}$$

Il faut remarquer à propos de l'utilisation de la steapest descent method qu'il ne s'agit là que d'une approximation grossière permettant de poursuivre le calcul des intégrales. Cette approximation a été beaucoup utilisée dans les calculs de stripping et notamment par HONDA et HUI (17) pour l'évaluation des termes d'échange ; elle consiste essentiellement à négliger la variation de la fonction d'onde interne du deuteron sur l'étendue du domaine d'intégration. Cette approximation non justifiée au départ semble cohérente par le fait que les résultats trouvés, non en contradiction avec les résultats expérimentaux existants, permet au contraire de les expliquer avec une bonne précision.

Evaluons maintenant chacun des termes s'introduisant dans la formule (I₁₂). Le calcul de la distribution angulaire nécessitant le calcul du terme $B_{l_n m_n l_1 m_1} B_{l_n m_n l_1 m_1}^*$ nous séparerons en un terme dit "direct" un terme "rectangle" et un terme "complémentaire" qui seront :

$$B_{l_n m_n l_1 m_1} B_{l_n m_n l_1 m_1}^* = (B_{m_1}^{NP} + B_{m_1}^{N_1 P}) (B_{m_1'}^{NP*} + B_{m_1'}^{N_1 P*})$$

$$= B_{m_1}^{NP} B_{m_1'}^{N_2*} + \{ B_{m_1}^{NP} B_{m_1'}^{N_1 P*} + B_{m_1}^{N_1 P} B_{m_1'}^{NP*} \} + B_{m_1}^{N_1 P} B_{m_1'}^{N_1 P*}$$

Il faudra ensuite calculer :

$$\sum_{m_1 m_1' m_n} (-)^{m_1 + m_1' + m_n} B_{l_n m_n l_1 m_1} B_{l_n m_n l_1 m_1'}^* \begin{pmatrix} l_1 l_1 d \\ m_1 - m_1 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 l_1 d' \\ m_1' - m_1' 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_n l_n d'' \\ m_n - m_n 0 \end{pmatrix}$$

avant de transporter dans l'expression de $\sigma(\theta)$. C'est ce problème que nous nous attacherons à résoudre dans les pages suivantes.

Terme Direct -

$$B_{l_n m_n l_1 m_1}^{NP} B_{l_n m_n l_1 m_1'}^{NP*} = \left\{ V_0 \gamma_d(0) 4\pi i^{l_n} U_{l_1}(K_n^A, K_n^B) T_{l_n}(K_B \xi) \right.$$

$$\left. \gamma_{l_n m_n}^*(\Omega_\xi) \right\} \left\{ V_0 \gamma_d(0) U_{l_1}^*(K_n^A, K_n^B) T_{l_n}^*(K_B, \xi) \gamma_{l_n m_n}(\Omega_\xi) 4\pi i^{-l_n} \right\}$$

$$= (4\pi)^2 V_0^2 \gamma_d(0)^2 \gamma_{l_n m_n}(\Omega_\xi) \gamma_{l_n m_n}^*(\Omega_\xi) |U_{l_1}(K_n^A, K_n^B)|^2 |T_{l_n}(K_B, \xi)|^2$$

ceci donne :

$$\sum_{m, m', m_n} (-)^{m_1 + m'_1 + m_n} B_{m,}^{NP} B_{m',}^{NP*} \begin{pmatrix} l_1 l_1 d \\ m_1 - m_1 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 l_1 d' \\ m'_1 - m'_1 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_n l_n d'' \\ m_n - m_n 0 \end{pmatrix} = 4\pi Y_0^2 \varphi_d(0)^2$$

$$\hat{l}_1^2 \hat{l}_n^2 |U_{l_1}(K_n^A, K_n^B)|^2 |T_{l_n}(K_D, \mathfrak{F})|^2 \begin{pmatrix} l_n l_n d'' \\ 0 0 0 \end{pmatrix}$$

$$P_{d''}(\cos \theta_{\mathfrak{F}}) \delta_{d0} \delta_{d'0} \quad (\text{II}_4)$$

En effet, nous avons tout d'abord :

$$\sum_{m_1} (-)^{m_1} \begin{pmatrix} l_1 l_1 d \\ m_1 - m_1 0 \end{pmatrix} = (-)^{l_1} \hat{l}_1 \sum_{m_1} \begin{pmatrix} l_1 l_1 0 \\ m_1 - m_1 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 l_1 d \\ m_1 - m_1 0 \end{pmatrix} = (-)^{l_1} \hat{l}_1 \delta_{d0}$$

$$\sum_{m'_1} (-)^{m'_1} \begin{pmatrix} l_1 l_1 d' \\ m'_1 - m'_1 0 \end{pmatrix} = (-)^{l_1} \hat{l}_1 \delta_{d'0}$$

Resommons les deux Y_{lm} du même angle $\Omega_{\mathfrak{F}}$

$$Y_{l_n m_n}(\Omega_{\mathfrak{F}}) Y_{l_n m_n}^*(\Omega_{\mathfrak{F}}) = \sum_t (-)^{m_n} \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \hat{l}_n^2 \hat{t} \begin{pmatrix} l_n l_n t \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_n l_n t \\ m_n - m_n 0 \end{pmatrix} Y_{t0}^*(\Omega_{\mathfrak{F}})$$

La somme sur l_n devient donc :

$$\sum_{m_n} (-)^{m_n} \begin{pmatrix} l_n l_n d'' \\ m_n - m_n 0 \end{pmatrix} Y_{l_n m_n}(\Omega_{\mathfrak{F}}) Y_{l_n m_n}^*(\Omega_{\mathfrak{F}}) = \frac{\hat{l}_n^2}{\sqrt{4\pi}} \sum_t \hat{t} \begin{pmatrix} l_n l_n t \\ 0 0 0 \end{pmatrix}$$

$$Y_{t0}^*(\Omega_{\mathfrak{F}}) \sum_{m_n} \begin{pmatrix} l_n l_n d'' \\ m_n - m_n 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_n l_n t \\ m_n - m_n 0 \end{pmatrix} = \frac{\hat{l}_n^2}{\sqrt{4\pi}} \frac{1}{\hat{d}''} \begin{pmatrix} l_n l_n d'' \\ 0 0 0 \end{pmatrix} Y_{d''0}^*(\Omega_{\mathfrak{F}})$$

$$\text{or } \gamma_{d''}^*(\Omega_F) = \frac{\hat{d}''}{\sqrt{4\pi}} \mathcal{P}_{d''}(\cos \Theta_F)$$

$$\sum_{m_n} (-)^{m_n} \begin{pmatrix} l_n l_n d'' \\ m_n - m_n 0 \end{pmatrix} \gamma_{l_n m_n}(\Omega_F) \gamma_{l_n m_n}^*(\Omega_F) = \frac{1}{4\pi} \hat{l}_n^2 \begin{pmatrix} l_n l_n d'' \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \mathcal{P}_{d''}(\cos \Theta_F)$$

ce qui démontre la formule (II₄).

Terme Rectangle -

$$B_{m_1}^{NP} B_{m'_1}^{NP*} + B_{m_1}^{NP} B_{m'_1}^{NP*} = \left\{ 4\pi i^{l_n} \gamma_0 \mathcal{G}_d(0) U_{l_1} T_{l_n} \gamma_{l_n m_n}(\Omega_F) \right\} \left\{ (4\pi)^{3/2} \gamma_0 \mathcal{G}_{dm} \right. \\ \left. i^{-l_n} U_{l_n}^* \gamma_{l_n m_n}(\Omega_{kd/2}) \sum_t (-)^{m'_1} \hat{l}_1^2 \hat{t} i^{-t} \gamma_{t0}(\Omega_X) W_{t l_1}^* \begin{pmatrix} l_1 l_1 t \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 l_1 t \\ m'_1 - m'_1 0 \end{pmatrix} \right\} +$$

complexe conjugué

$$B_{m_1}^{NP} B_{m'_1}^{NP} + B_{m_1}^{NP} B_{m'_1}^{NP*} = (4\pi)^{5/2} \gamma_0^2 \mathcal{G}_d(0) \mathcal{G}_{dm} U_{l_1} T_{l_n} U_{l_n}^* \gamma_{l_n m_n}(\Omega_{kd/2}) \gamma_{l_n m_n}^*(\Omega_F) \\ (-)^{m'_1} \hat{l}_1^2 \sum_t i^t \hat{t} \gamma_{t0}(\Omega_X) W_{t l_1}^* \begin{pmatrix} l_1 l_1 t \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 l_1 t \\ m'_1 - m'_1 0 \end{pmatrix} + \text{complexe conjugué}$$

On fait les transformations et sommations habituelles qui donnent tous calculs faits :

$$\sum_{m_1 m'_1 m_n} (-)^{m_1 + m'_1 + m_n} \left[B_{m_1}^{NP} B_{m'_1}^{NP*} + B_{m_1}^{NP} B_{m'_1}^{NP*} \right] \begin{pmatrix} l_1 l_1 d \\ m_1 - m_1 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 l_1 d' \\ m'_1 - m'_1 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_n l_n d'' \\ m_n - m_n 0 \end{pmatrix} =$$

$$(4\pi)^{5/2} \gamma_0^2 \mathcal{G}_d(0) \mathcal{G}_{dm} \left\{ (-)^{l_1} U_{l_1} T_{l_n} U_{l_n}^* \delta_{d0} i^{-d'} \frac{\hat{l}_1^3}{\hat{d}'} \gamma_{d'0}(\Omega_X) S_{l_n d''}(\Omega_F \Omega_{kd/2}) \right. \\ \left. W_{d' l_1}^* \begin{pmatrix} l_1 l_1 d' \\ 0 0 0 \end{pmatrix} + (-)^{l_1} U_{l_1}^* T_{l_n}^* U_{l_n} \delta_{d'0} i^{-d} \frac{\hat{l}_1^3}{\hat{d}} \gamma_{d0}^*(\Omega_X) S_{l_n d''}^*(\Omega_F \Omega_{kd/2}) \right. \\ \left. W_{d l_1} \begin{pmatrix} l_1 l_1 d \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \right\}$$

(II₅)

Nous avons posé dans cette expression :

$$S_{\ell n d'}(\Omega_{\xi} \Omega_{\frac{k_d}{2}}) = \sum_{m_n} (-)^{m_n} \begin{pmatrix} \ell_n \ell_n d'' \\ m_n - m_n 0 \end{pmatrix} Y_{\ell_n m_n}^*(\Omega_{\xi}) Y_{\ell_n m_n}(\Omega_{\frac{k_d}{2}}) \quad (\text{II}_6)$$

----- Terme Complémentaire -----

$$\begin{aligned} B_{m_1}^{N_1 P} B_{m'_1}^{N_1 P*} &= (4\pi)^3 V_0^2 \varphi_{dm}^2 |v_{\ell n}|^2 Y_{\ell_n m_n}(\Omega_{\frac{k_d}{2}}) Y_{\ell_n m_n}^*(\Omega_{\frac{k_d}{2}}) \sum_{t, t'} i^{t-t'} \\ &Y_{\ell_0}^*(\Omega_{\chi}) Y_{\ell_0}(\Omega_{\chi}) (-)^{m_1+m'_1} \hat{\ell}_1^4 \hat{t} \hat{t}' W_{\ell_1} W_{\ell_1}^* \begin{pmatrix} \ell_1 \ell_1 t \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 \ell_1 t' \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \\ &\begin{pmatrix} \ell_1 \ell_1 t \\ m_1 - m_1 \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 \ell_1 t' \\ m'_1 - m'_1 \ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

En effectuant la sommation sur m_n m_1 et m'_1 , il vient :

$$\begin{aligned} \sum_{m_1, m'_1, m_n} (-)^{m_1+m'_1+m_n} B_{m_1}^{N_1 P*} B_{m'_1}^{N_1 P} \begin{pmatrix} \ell_1 \ell_1 d \\ m_1 - m_1 \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 \ell_1 d' \\ m'_1 - m'_1 \ 0 \end{pmatrix} &= 4\pi V_0^2 \varphi_{dm}^2 \hat{\ell}_1^4 \hat{\ell}_n^2 \\ i^{d-d'} |v_{\ell n}(\kappa_B, \frac{k_d}{2})|^2 \begin{pmatrix} \ell_n \ell_n d'' \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 \ell_1 d \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 \ell_1 d' \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} W_{d\ell_1} \\ W_{d'\ell_1}^* P_d(\cos \theta_{\chi}) P_{d'}(\cos \theta_{\chi}) P_{d''}(\cos \theta_{\frac{k_d}{2}}) &\quad (\text{II}_6) \end{aligned}$$

En effet :

$$\begin{aligned} \sum_{m_n} (-)^{m_n} \begin{pmatrix} \ell_n \ell_n d'' \\ m_n - m_n \ 0 \end{pmatrix} Y_{\ell_n m_n}(\Omega_{\frac{k_d}{2}}) Y_{\ell_n m_n}^*(\Omega_{\frac{k_d}{2}}) &= \\ \frac{1}{4\pi} \hat{\ell}_n^2 \begin{pmatrix} \ell_n \ell_n d'' \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} P_{d''}(\cos \theta_{\frac{k_d}{2}}) & \end{aligned}$$

Nous séparerons également la distribution angulaire totale en trois termes que nous appellerons "direct", "rectangle" et "complémentaire".

Terme Direct $\hat{G}_D(\theta)$ -

$$\begin{aligned} \hat{G}_D(\theta) &= \frac{1}{6} \frac{V_F}{V_d} \hat{I}_B^2 \hat{I}_A^2 \hat{j}^2 \hat{D}_{0 I_A j}^2 (-)^{j+\frac{1}{2}} 4\pi V_0^2 \varphi_d^2(0) |U_{\ell_1}(K_n^A, K_n^B)|^2 \\ &|T_{\ell_n}(K_B, \xi)|^2 \hat{\ell}_1^2 \hat{\ell}_n^2 \sum_{d d' d''} \hat{d}^2 \hat{d}'^2 \hat{d}''^2 \left\{ \begin{matrix} I_A & I_A & d \\ \ell_1 & \ell_1 & \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} I_A & I_A & d' \\ \ell_1 & \ell_1 & \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \\ &\left\{ \begin{matrix} I_A & I_A & d'' \\ j & j & I_B \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} d & d' & d'' \\ I_A & I_A & I_A \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \ell_n & \ell_n & d'' \\ j & j & \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \left(\begin{matrix} d & d' & d'' \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} \ell_n & \ell_n & d'' \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right) P_{d''}(\cos \theta_\xi) \\ &\delta_{d0} \delta_{d'0} \end{aligned}$$

Mais le fait que $d = 0$ et $d' = 0$ entraîne $d'' = 0$ pour que le "3 j" $\left(\begin{matrix} d & d' & d'' \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right)$ existe. Il vient alors :

$$\left\{ \begin{matrix} I_A & I_A & 0 \\ \ell_1 & \ell_1 & \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} = (-)^{I_A + \ell_1 + \frac{1}{2}} \frac{1}{\hat{I}_A} \frac{1}{\hat{\ell}_1}$$

$$\left\{ \begin{matrix} I_A & I_A & 0 \\ j & j & I_B \end{matrix} \right\} = (-)^{I_A + j + I_B} \frac{1}{\hat{I}_A} \frac{1}{\hat{j}}$$

$$\left\{ \begin{matrix} I_A & I_A & 0 \\ 0 & 0 & I_A \end{matrix} \right\} = (-)^{I_A + I_A} \frac{1}{\hat{I}_A}$$

$$\left\{ \begin{matrix} \ell_n & \ell_n & 0 \\ j & j & \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} = (-)^{\ell_n + j + \frac{1}{2}} \frac{1}{\hat{\ell}_n} \frac{1}{\hat{j}}$$

$$\left(\begin{matrix} \ell_n & \ell_n & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right) = (-)^{\ell_n} \frac{1}{\hat{\ell}_n}$$

En transposant dans l'expression de $\sigma(\theta)$, on obtient :

$$\sigma_D(\theta) = \frac{1}{6} \frac{v_p}{v_d} \frac{\hat{I}_B^2}{\hat{I}_A^2} (4\pi)^2 v_0^2 \varphi_d^2(0) \Theta_{0I_A j}^2 (-)^{I_A + I_B + j} |U_{\ell_1}(K_n^A, K_n^B)|^2 |T_{\ell_n}(K_B, \xi)|^2 \quad (\text{II}_7)$$

----- Termes Rectangles $\sigma_R(\theta)$

Il existe deux termes rectangles σ_{R_1} et σ_{R_2} correspondant aux deux valeurs de $B_{m_1}^{N,P} B_{m'_1}^{N_1,P}$ et $B_{m_1}^{N_1,P} B_{m'_1}^{N,P}$, ce qui donne en tenant compte du fait que $d = 0$, donc $d' = d''$ et en remplaçant les "3 j" et les "6 j" par leurs valeurs particulières :

$$\begin{aligned} \sigma_{R_1}(\theta) = & \frac{1}{6} \frac{v_p}{v_d} (4\pi)^2 \hat{I}_B^2 \hat{I}_1^2 v_0^2 \varphi_d(0) \varphi_{dm} \Theta_{0I_A j}^2 \\ & U_{\ell_1}(K_n^A, K_n^B) T_{\ell_n}(K_B, \xi) U_{\ell_n}^*(K_B, \frac{K_d}{2}) \sum_{d'} i^{-d'} \hat{d}'^2 W_{d\ell_1}^* \\ & \left\{ \begin{matrix} I_A & I_A & d' \\ \ell_1 & \ell_1 & \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} I_A & I_A & d' \\ j & j & I_B \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \ell_n & \ell_n & d' \\ j & j & \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \left| \begin{matrix} \ell_1 & \ell_1 & d' \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right\rangle P_{d'}(\cos \theta_X) S_{\ell_n d'}(\eta_\xi \eta_{\frac{K_d}{2}}) \end{aligned}$$

Le calcul de l'autre terme se fait de la même manière et donne $\sigma_{R_2} = \sigma_{R_1}^*$ ou encore en remarquant que $\sigma_{R_2} + \sigma_{R_1} = 2 \operatorname{Re} \sigma_{R_2} = \sigma_R$

$$\begin{aligned} \sigma_R(\theta) = & \frac{1}{3} \frac{v_p}{v_d} (4\pi)^2 \hat{I}_B^2 \hat{I}_1^2 v_0^2 \varphi_d(0) \varphi_{dm} (-)^{I_A + j - 1} \Theta_{0I_A j}^2 U_{\ell_1}(K_n^A, K_n^B) \\ & T_{\ell_n}(K_B, \xi) U_{\ell_n}^*(K_B, \frac{K_d}{2}) \operatorname{Re} \sum_{d'} (-)^d i^{-d} \hat{d}'^2 P_d(\cos \theta_X) \\ & S_{\ell_n d}(\eta_\xi \eta_{\frac{K_d}{2}}) W_{d\ell_1}^* \left\{ \begin{matrix} I_A & I_A & d \\ \ell_1 & \ell_1 & \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} I_A & I_A & d \\ j & j & I_B \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \ell_n & \ell_n & d \\ j & j & \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \end{aligned} \quad (\text{II}_8)$$

Terme Complémentaire -

Les calculs seront conduits de la même manière que précédemment et donnent ;

$$\sigma_c(\theta) = \frac{1}{6} \frac{v_p}{v_d} \hat{I}_B^2 \hat{I}_A^2 \hat{j}^2 \hat{\ell}_1^4 \hat{\ell}_n^2 \sqrt{v_0^2 \varphi_{dm}^2 (4\pi) (-)^{j+\frac{1}{2}}} \mathbb{H}_{0 I_A j}^2 |U_{\ell n}(K_B, k_d)|^2$$

$$\sum_{dd'd''} i^{d-d'} \hat{d}^2 \hat{d}'^2 \hat{d}''^2 W_{d\ell_1} W_{d'\ell_1} \left\{ \begin{matrix} I_A I_A d \\ \ell_1 \ell_1 \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} I_A I_A d' \\ \ell_1 \ell_1 \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} I_A I_A d'' \\ j j I_B \end{matrix} \right\} \quad (II_9)$$

$$\left\{ \begin{matrix} \ell_1 \ell_1 d \\ 0 0 0 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \ell_1 \ell_1 d' \\ 0 0 0 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} d d' d'' \\ I_A I_A I_A \end{matrix} \right\} P_d(\omega\theta_X) P_{d'}(\omega\theta_X) P_{d''}(\omega\theta_{\frac{k_d}{2}}) \left\{ \begin{matrix} \ell_n \ell_n d'' \\ 0 0 0 \end{matrix} \right\} (dd'd'')$$

En posant $\frac{\varphi_{dm}}{\varphi_d(0)} = \mu$ et $\frac{1}{6} \frac{v_p}{v_d} 4\pi (-)^{I_A+I_B+j} \sqrt{v_0^2 \varphi_d(0)^2} \mathbb{H}_{0 I_A j}^2 = A$
On obtient donc en définitive :

$$\sigma_g(\theta) = A |U_{\ell_1}|^2 |T_{\ell_n}|^2$$

$$\sigma_R(\theta) = A 8\pi \mu (-)^{I_B} \hat{I}_A^2 \hat{j}^2 \hat{\ell}_1^2 U_{\ell_1} T_{\ell_n} U_{\ell_n} Q_e \sum_d (-)^d i^{-d} \hat{d}^2 W_{d\ell_1}^*$$

$$\left\{ \begin{matrix} I_A I_A d \\ \ell_1 \ell_1 \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} I_A I_A d \\ j j I_B \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \ell_n \ell_n d \\ j j \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \ell_1 \ell_1 d \\ 0 0 0 \end{matrix} \right\} S_{\ell_n d}(\Omega_{\frac{k_d}{2}}) P_d(\omega\theta_X)$$

$$\sigma_c(\theta) = A \mu^2 \hat{j}^2 \hat{I}_A^4 \hat{\ell}_1^4 \hat{\ell}_n^2 (-)^{I_A+I_B+\frac{1}{2}} |U_{\ell_n}|^2 \sum_{dd'd''} i^{d-d'} \hat{d}^2 \hat{d}'^2 \hat{d}''^2 W_{d\ell_1} \quad (II_{10})$$

$$\left\{ \begin{matrix} \ell_1 \ell_1 d \\ 0 0 0 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \ell_1 \ell_1 d' \\ 0 0 0 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \ell_n \ell_n d'' \\ 0 0 0 \end{matrix} \right\} (dd'd'') \left\{ \begin{matrix} I_A I_A d \\ \ell_1 \ell_1 \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} I_A I_A d' \\ \ell_1 \ell_1 \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} I_A I_A d'' \\ j j I_B \end{matrix} \right\}$$

$$\left\{ \begin{matrix} d d' d'' \\ I_A I_A I_A \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \ell_n \ell_n d'' \\ j j \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} P_d(\omega\theta_X) P_{d'}(\omega\theta_X) P_{d''}(\omega\theta_{\frac{k_d}{2}})$$

Application à la réaction $\text{Si}^{29}(\text{dp})\text{Si}^{30}$

Pour la réaction dite test, les calculs assez simples à mettre en oeuvre ne nécessitent que 30 s. de calcul de machine par résultat bien que les intégrales intervenant dans le calcul soient évaluées par la méthode peu élaborée des trépèzes.

Les expressions des différents termes $\sigma_D(\theta)$, $\sigma_R(\theta)$ et $\sigma_C(\theta)$ sont les suivants :

$$\sigma_D = U^2 T_0^2$$

$$\sigma_R = 2 U_0 T_0 V_0 W_{00}$$

$$\sigma_C = V_0^2 W_{00}^2$$

avec : $\xi = \sqrt{k_d^2 + k_p^2 - 2 k_p k_d \cos \theta}$ $\chi = \sqrt{\frac{k_d^2}{4} + k_p^2 - k_p k_d \cos \theta}$ et
les intégrales :

$$U_0 = 1/h_0^+(i k_n^A R_0) h_0^+(i k_n^B R_0) \int_{R_0}^{\infty} h_0^+(i k_n^A x) h_0^+(i k_n^B x) x^2 dx$$

$$T_0 = 1/h_0^+(i k_B R_0) \int_{R_0}^{\infty} h_0^+(i k_B x) j_0(\xi x) x^2 dx$$

$$V_0 = 1/h_0^+(i k_B R_0) \int_{R_0}^{\infty} h_0^+(i k_B x) j_0(\frac{k_d}{2} x) x^2 dx$$

$$W_{00} = 1/h_0^+(i k_n^A R_0) h_0^+(i k_n^B R_0) \int_{R_0}^{\infty} h_0^+(i k_n^A x) h_0^+(i k_n^B x) j_0(\chi x) x^2 dx$$

Pour une énergie incidente de 9 MeV et 4,3 MeV/ $1^{\text{ét}}$ état fondamental $Q = 8,386$ MeV, on obtient :

$$\begin{aligned}
 K_n^A &= 0,639 \cdot 10^{13} \\
 K_n^B &= 0,715 \cdot 10^{13} \\
 K_B &= 0,723 \cdot 10^{13} \\
 E_d = 9 \text{ MeV} &\quad \left\{ \begin{array}{l} K_d = 0,876 \cdot 10^{13} \\ K_p = 0,879 \cdot 10^{13} \end{array} \right. \\
 E_d = 4,3 \text{ MeV} &\quad \left\{ \begin{array}{l} k_d = 0,575 \cdot 10^{13} \\ k_p = 0,728 \cdot 10^{13} \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

Pour deux valeurs de rayon de cut-off et $\mu = 10^2$, les résultats obtenus sont représentés dans les figures 5 et 6 à 9 MeV.

Les résultats expérimentaux de la 7ème figure ont été donné par SUKHAREVSKII (10).

Application à la réaction $O^{17}(dp)O^{18}$ -

Dans le cas de la réaction $O^{17}(dp)O^{18}$ les calculs un plus compliqués durent 2 minutes 30 secondes par valeur de Θ .

$$\sigma_D = V_2^2 T_2^2$$

$$\sigma_R = 1,44 \cdot 10^3 \pi V_2 T_2 V_2 \sum_{d=0.24}^{d/2} (-) \hat{d}^2 P_d(\cos \Theta_X) S_{2d} W_{2d} h(d) f(d)$$

$$\sigma_C = 4,4 \cdot 10^3 V_2^2 \sum_{dd'd''=0.24}^{d/2-d/2} (-) \hat{d}^{1/2} \hat{d}''^{1/2} \hat{d}''^{1/2} W_{2d} W_{2d'} P_d(\cos \Theta_X) P_{d'}(\cos \Theta_X)$$

$$P_{d''}(\cos \Theta_{\frac{d+d''}{2}}) f(d) f(d') f(d'') g(dd'd'')$$

Les intégrales sont définies comme précédemment par exemple :

$$W_{2d} = 1/h_2^+(iK_n^A R_0) h_2^+(iK_n^B R_0) \int_{R_0}^{\infty} h_2^+(iK_n^A x) h_2^+(iK_n^B x) j_d(\chi x) x^2 dx$$

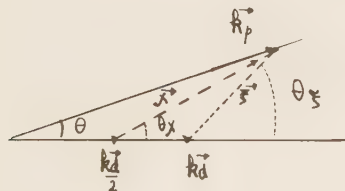
Les paramètres f g h sont définis comme suit :

$$f(d) = \begin{pmatrix} 2 & 2 & d \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} 2 & 2 & d \\ 5 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{matrix} \right\}$$

$$h(d) = \left\{ \begin{matrix} 2 & 2 & d \\ 5 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{matrix} \right\}$$

$$g(dd'd'') = \begin{pmatrix} d & d' & d'' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} d & d' & d'' \\ 5 & 5 & 5 \\ 2 & 2 & 2 \end{matrix} \right\}$$

quant à S_{2d} , il est défini par $S_{2d} = \sum_m (-)^m \begin{pmatrix} 2 & 2 & d \\ l & m & 0 \end{pmatrix} Y_{2m}^* \left(\frac{\pi}{2}, \theta_5 \right) Y_{2m} \left(\frac{\pi}{2}, 0 \right)$



Nous rappelons que :

$$\cos \theta_x = \frac{k_p \cos \theta - k_d/2}{\chi}$$

$$\cos \theta_5 = \frac{k_p \cos \theta - k_d}{\xi}$$

Pour l'état fondamental $Q_o = 3,0830$ MeV et une énergie incidente $E_d = 7,77$ MeV, les paramètres sont les suivants :

$$K_n^A = 0,44702 \cdot 10^{13}$$

$$K_n^B = 0,6233 \cdot 10^{13}$$

$$K_B = 0,6064 \cdot 10^{13}$$

$$k_d = 0,7711 \cdot 10^{13}$$

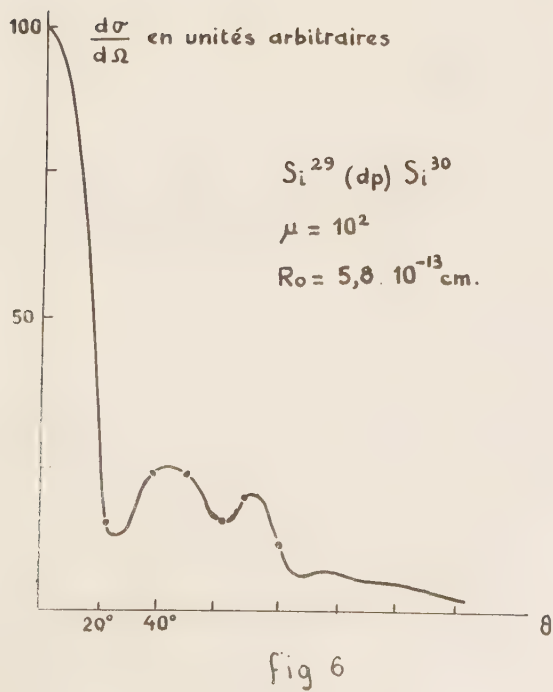
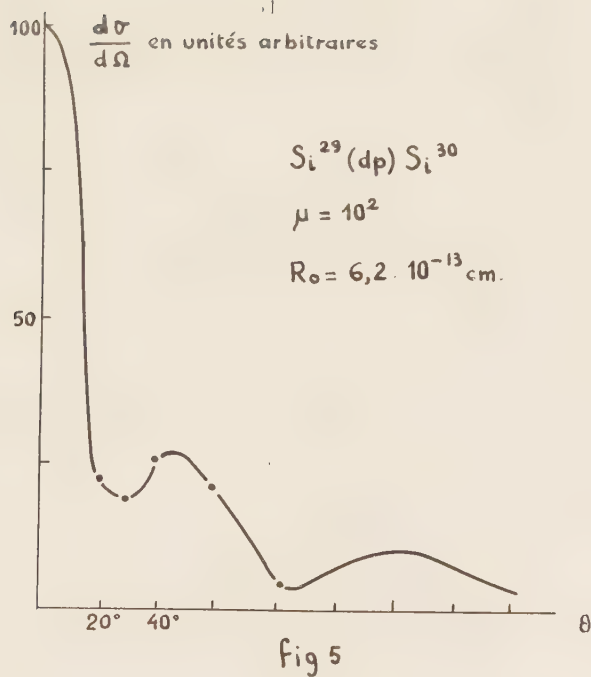
$$k_p = 0,7611 \cdot 10^{13}$$

Les résultats expérimentaux de la réaction $O^{17}(dp)O^{18}$ à l'énergie considérée (7,77 MeV) sont dus à BILIANUK (11).

Des calculs analogues de distribution angulaire mais ne tenant pas compte du spin des particules ont été faits sur d'autres réactions nucléaires à l'Institut d'Etudes Nucléaires d'Alger.

SAYA (20) a calculé la distribution angulaire de la réaction $Be^9(dp)Be^{10}$ à 3,03 MeV, avec terme complémentaire uniquement, négligeant les effets d'échange. La remontée de la courbe $\sigma(\theta)$ est bien retrouvée entre 90° et 120° mais le minimum à 70° est beaucoup plus prononcé que le minimum expérimental.

BALLOT (21) a repris les mêmes calculs sur le $Be^9(dp)Be^{10}$ à 3 MeV mais en tenant compte des corrections de masse, l'explication de la remontée de la courbe $\sigma(\theta)$ est alors plus proche de la réalité expérimentale. Il a également calculé les termes d'échange intervenant dans les réactions $Be^9(dn)B^{10}$ et $N^{14}(dp)N^{15}$ retrouvant d'une manière assez correcte les valeurs expérimentales.



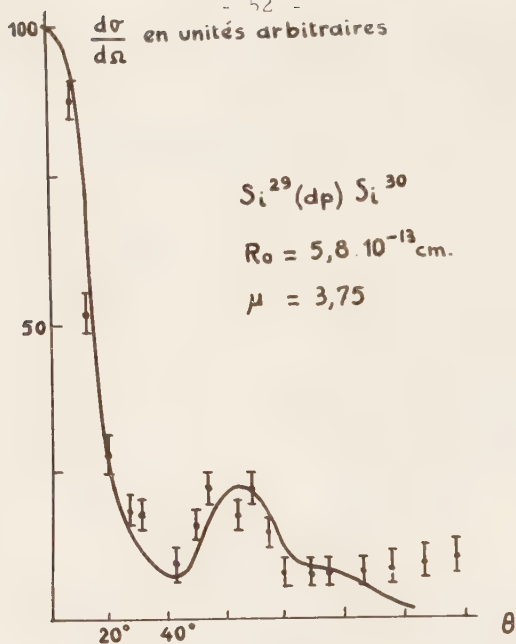


fig 7

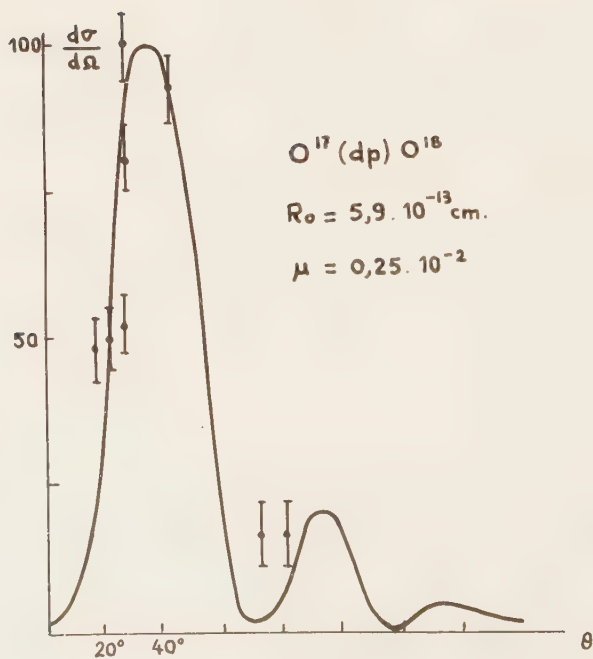


fig 8

CHAPITRE III

CALCUL DU TERME D'INTERACTION LIÉ A V_{NP}

1/ Calcul des amplitudes de transition

a) sans couplage $\vec{L} \vec{S}$

b) avec couplage $\vec{L} \vec{S}$

2/ Calcul de $\sigma(\theta)$ et de P_z

a) Terme direct de couplage $|I_D|^2$

b) Terme d'interférence de couplage $2 \operatorname{Re} I_D I_{DC}^*$

c) Terme de couplage pur $|I_{DC}|^2$

CALCUL DU TERME D'INTERACTION LIE A V_{np}

Nous avons montré dans le chapitre précédent que la polarisation ne pouvait être calculée en gardant pour fonction d'onde Ψ_p et Ψ_d des ondes planes si les potentiels d'interaction V_{np} et $V_{n,p}$ ne dépendent pas d'un couplage spin-orbite. Nous allons donc maintenant faire dépendre les interactions d'un tel couplage, et généraliser les calculs précédents en utilisant un potentiel de portée finie, c'est à dire que notre interaction sera de la forme :

$$V_{np} = V_0 (1 + \lambda \vec{L} \cdot \vec{S}) f(|\vec{r}_n - \vec{r}_p|)$$

$$V_{n,p} = V_0 (1 + \lambda \vec{L}_1 \cdot \vec{S}_1) f(|\vec{r}_{n1} - \vec{r}_p|)$$

Nous étudierons pour l'instant le terme direct d'interaction V_{np} . Séparons l'amplitude de transition en un terme sans couplage I_D et un terme avec couplage I_{DC} et calculons-les successivement.

Calcul de l'amplitude de transition sans couplage I_D :

$$I = V_0 \int \Psi_p^* (\vec{r}_p, \vec{r}_p, s_p) \chi_{I_B M_B}^* (\xi, \vec{r}_n, \vec{r}_n, s_n, s_n) f(|\vec{r}_n - \vec{r}_p|) \Psi_d (\vec{r}_d, \vec{r}_p, \vec{r}_n, s_p, s_n) \chi_{I_A M_A} (\xi, \vec{r}_n, s_n) d\tau \quad (III_1)$$

Après avoir introduit les largeurs réduites, en intégrant sur les variables internes du noyau, nous développerons les ondes planes en harmoniques sphériques :

$$\begin{aligned} \Psi_p^* (k_p \vec{r}_p s_p) &= \langle \frac{1}{2} \mu_p | \sum_{\ell_p m_p} 4\pi i^{-\ell_p} Y_{\ell_p m_p}(\Omega_{k_p}) g_{\ell_p m_p}^* (k_p \vec{r}_p) \\ \Psi_d (k_d \vec{r}_p \vec{r}_n s_p s_n) &= \sqrt{3} \sum_{\mu_p \mu_n \ell_p \bar{m}_p \bar{m}_n \bar{\ell}_n} (-)^{\mu_d} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \mu_p & \mu_n & \mu_d \end{pmatrix} Y_d(|\vec{r}_p - \vec{r}_n|) \\ &\quad (4\pi)^2 i^{\bar{\ell}_p + \bar{\ell}_n} Y_{\bar{\ell}_p \bar{m}_p}^* (\Omega_{\frac{k_d}{2}}) Y_{\bar{\ell}_n \bar{m}_n}^* (\Omega_{\frac{k_d}{2}}) g_{\bar{\ell}_p \bar{m}_p}(\frac{k_d}{2} \vec{r}_p) \\ &\quad g_{\bar{\ell}_n \bar{m}_n}(\frac{k_d}{2} \vec{r}_n) \quad | \frac{1}{2} \mu_p > | \frac{1}{2} \mu_n > \end{aligned} \quad (III_2)$$

avec :

$$g_{LM}(K\vec{r}) = j_L(Kr) Y_{LM}(\Omega_r)$$

En transportant ces expressions dans l'élément de matrice de I, il apparaîtra une intégrale sixième que nous appellerons : $F_{m_n m_1 \bar{m}_1 m_p \bar{m}_p \bar{m}_n}^{\ell_n \ell_1 \ell_p \bar{\ell}_p \bar{\ell}_n}$

$$\begin{aligned} F_{m_n m_1 \bar{m}_1 m_p \bar{m}_p \bar{m}_n}^{\ell_n \ell_1 \ell_p \bar{\ell}_p \bar{\ell}_n} &= \int Y_d(|\vec{r}_p - \vec{r}_n|) f(|\vec{r}_p - \vec{r}_n|) u_{\ell_n m_n}^*(K_d \vec{r}_n) \\ &\quad u_{\ell_1 m_1}^*(K_d \vec{r}_n) u_{\ell_1 m_1}(K_n \vec{r}_n) g_{\ell_p m_p}^*(k_p \vec{r}_p) g_{\bar{\ell}_p \bar{m}_p}(\frac{k_d}{2} \vec{r}_p) \\ &\quad g_{\bar{\ell}_n \bar{m}_n}(\frac{k_d}{2} \vec{r}_n) d\vec{r}_p d\vec{r}_n d\vec{r}_n \end{aligned} \quad (III_3)$$

Il faut remarquer que ce coefficient $F_{m_n \dots \bar{m}_n}^{\ell_n \ell_1 \ell_p \bar{\ell}_p \bar{\ell}_n}$ n'est pas autre chose que le coefficient $B_{\ell_n m_n \ell_1 m_1}$ du chapitre précédent mais généralisé par le fait que le potentiel d'interaction est de portée finie (l'intégrale ne se réduit donc pas, comme avec un potentiel δ , en une intégrale quadruple) et aussi par le fait que nous avons déjà éliminé les angles des directions $\vec{k}_p$ et $\vec{k}_d$ en développant les ondes planes en harmoniques sphériques.

En intégrant sur les variables $\vec{r}_{N1}$, on peut simplifier l'expression de F :

$$F_{m_n m_1 \bar{m}_1 m_p \bar{m}_p \bar{m}_n}^{l_n l_n l_p l_p \bar{l}_n} = F_{m_n \bar{m}_n m_p \bar{m}_p}^{l_n l_n l_p l_p \bar{l}_n} \delta_{m_1 \bar{m}_1} =$$

$$U_{e_1}(K_n^A, K_n^B) \delta_{m_1 \bar{m}_1} \int \psi_d(|\vec{r}_p - \vec{r}_N|) f(|\vec{r}_p - \vec{r}_N|) u_{e_n m_n}^*(K_n \vec{r}_N) \quad (III_4)$$

$$g_{l_p m_p}^*(k_p \vec{r}_p) g_{l_p \bar{m}_p}(k_p \vec{r}_p) g_{l_n \bar{m}_n}(k_n \vec{r}_N) d\vec{r}_p d\vec{r}_N$$

L'orthogonalité des fonctions d'onde de spin donne les relations :

$$\langle \frac{1}{2} \mu_n | \frac{1}{2} \bar{\mu}_n \rangle = \delta_{\mu_n \bar{\mu}_n}$$

$$\langle \frac{1}{2} \mu_p | \frac{1}{2} \bar{\mu}_p \rangle = \delta_{\mu_p \bar{\mu}_p}$$

$$\langle \frac{1}{2} \mu_{n1} | \frac{1}{2} \bar{\mu}_{n1} \rangle = \delta_{\mu_{n1} \bar{\mu}_{n1}}$$

puisque ce terme ne comporte pas de couplage.

En remarquant que $m_1 = \bar{m}_1$ on obtient $\mu_1 = \bar{\mu}_1$ et

ce qui donne l'expression suivante de I

$$I = (4\pi)^3 V_0 \sqrt{3} \sum_{\substack{M_A M_C M_N M_1 \mu \mu_1 \mu_n \mu_{n1} \\ l_p \bar{l}_p \bar{l}_n m_p \bar{m}_p \bar{m}_n \bar{\mu}_p}} (-1)^{I_A - j + 2I_C + l_n - \frac{1}{2} + M_B + \mu_d + \mu} \hat{I}_A^2 \hat{I}_B^2 \hat{j} \hat{j}_1^2 \hat{I}_C^2 \hat{j} \hat{j}_1 \hat{I}_n^2 \hat{j} \hat{j}_1 \hat{I}_{n1}^2 \hat{j} \hat{j}_1 F_{m_n \bar{m}_n m_p \bar{m}_p}^{l_n l_n l_p l_p \bar{l}_n}$$

$$i^{\bar{l}_p + \bar{l}_n - l_p} Y_{l_p m_p}(k_p) Y_{l_p \bar{m}_p}^*(k_p) Y_{l_n \bar{m}_n}^*(k_n) Y_{l_n m_n}(k_n) \begin{pmatrix} I_A & j & I_B \\ M_A & \mu & M_B \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} I_C & j_1 & I_A \\ M_C & \mu_1 & M_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_C & j & I_A \\ M_C & \mu_1 & M_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 & \frac{1}{2} & j_1 \\ m_1 & \mu_{n1} & -\mu_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 & \frac{1}{2} & j_1 \\ m_1 & \mu_{n1} & -\mu_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_n & \frac{1}{2} & j \\ m_n & \mu_n & -\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \mu_p & \mu_n & -\mu_d \end{pmatrix}$$

Sommons sur μ_{n1} et m_1 puis sur M_C et μ_1

$$I = (4\pi)^3 V_0 \sqrt{3} \sum_{\ell_p \ell_p \bar{\ell}_n} \sum_{\substack{M_A M_n \mu \mu_n \mu_p \\ m_p \bar{m}_p \bar{m}_n}} (-1)^{2I_c - j - I_A + \ell_n - \frac{1}{2} + M_B + \mu_d + \mu} \hat{I}_B^j \hat{j} \hat{I}_c^* j j_1 F_{mn \bar{m}_n m_p \bar{m}_p}^{\ell_n \ell_1 \ell_p \bar{\ell}_p \bar{\ell}_n} i^{\bar{\ell}_p + \bar{\ell}_n - \ell_p} \\ Y_{\ell_p m_p}(\Omega_{k_p}) Y_{\bar{\ell}_p \bar{m}_p}^*(\Omega_{k_d \frac{1}{2}}) Y_{\bar{\ell}_n \bar{m}_n}^*(\Omega_{k_d \frac{1}{2}}) \begin{pmatrix} I_A & j & I_B \\ M_A & \mu & -M_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_n & \frac{1}{2} & j \\ m_n & \mu_n & -\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \mu_p & \mu_n & -\mu_d \end{pmatrix}$$

Regroupons les $Y_{\ell m}$

$$Y_{\bar{\ell}_p \bar{m}_p}^*(\Omega_{k_d \frac{1}{2}}) Y_{\bar{\ell}_n \bar{m}_n}^*(\Omega_{k_d \frac{1}{2}}) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \sum_{\hat{\ell}_p \hat{\ell}_n \hat{L}} \begin{pmatrix} \bar{\ell}_p & \bar{\ell}_n & L \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\ell}_p & \bar{\ell}_n & L \\ m_p & m_n & M \end{pmatrix} Y_{LM}(\Omega_{k_d \frac{1}{2}})$$

L'amplitude de transition directe sans couplage sera donc en définitive :

$$I(\mu_p \mu_d M_B M_A) = (4\pi)^{5/2} V_0 \sqrt{3} \sum_{\ell_p \bar{\ell}_p \bar{\ell}_n L} \sum_{\substack{M_A M_n \mu \mu_n \\ m_p \bar{m}_p \bar{m}_n \mu}} (-1)^{2I_c - I_A + \ell_n + M_B + \mu_d + \mu} \hat{I}_B^j \hat{j} \hat{\ell}_p \hat{\ell}_n \hat{L} \\ \hat{I}_c^* j j_1 i^{\bar{\ell}_p + \bar{\ell}_n - \ell_p} F_{mn \bar{m}_n m_p \bar{m}_p}^{\ell_n \ell_1 \ell_p \bar{\ell}_p \bar{\ell}_n} Y_{\ell_p m_p}(\Omega_{k_p}) Y_{LM}(\Omega_{k_d \frac{1}{2}}) \\ \begin{pmatrix} I_A & j & I_B \\ M_A & \mu & -M_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_n & \frac{1}{2} & j \\ m_n & \mu_n & -\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \mu_p & \mu_n & -\mu_d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\ell}_p & \bar{\ell}_n & L \\ m_p & m_n & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\ell}_p & \bar{\ell}_n & L \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Nous pouvons détailler davantage cette formule en explicitant F

$$F_{m_n \bar{m}_n m_p \bar{m}_p}^{l_n l_p l_p \bar{l}_n} = U_{l_n}(K_n^A K_n^B) \int \mathcal{Y}_d(|\vec{r}_p - \vec{r}_n|) f(|\vec{r}_p - \vec{r}_n|) u_{l_n m_n}^*(K_B \vec{r}_n) \\ g_{l_p m_p}^*(k_p \vec{r}_p) g_{\bar{l}_p \bar{m}_p}(\frac{k_d}{2} \vec{r}_p) g_{\bar{l}_n \bar{m}_n}(\frac{k_d}{2} \vec{r}_n) d\tau$$

Pour intégrer ceci nous allons employer une steepest descent method (S D M) de telle sorte que nous puissions remplacer $\mathcal{Y}_d(|\vec{r}_p - \vec{r}_n|)$ par une valeur moyenne $\mathcal{Y}_{dm}$ et un potentiel nucléaire de Yukawa :

$$f(|\vec{r}_p - \vec{r}_n|) = a \frac{e^{-\frac{1}{a} |\vec{r}_p - \vec{r}_n|}}{|\vec{r}_p - \vec{r}_n|}$$

Développons $f(|\vec{r}_p - \vec{r}_n|)$ en harmoniques sphériques, développement valable comme il est démontré dans le traité de WATSON sur les fonctions de Bessel.

$$f(|\vec{r}_p - \vec{r}_n|) = 4\pi i \sum_{t\tau} j_t(\frac{i}{a} r_n) h_t^+(\frac{i}{a} r_p) Y_{t\tau}^*(\Omega_p) Y_{t\tau}(\Omega_n) \quad (II)_6 \\ \text{car } r_p \gg r_n$$

En intégrant sur les variables angulaires et radiales, on factorise F en 4 intégrales (deux intégrales radiales et deux intégrales angulaires).

Posant :

$$D_{t l_n \bar{l}_n} = \int_{R_0}^{\infty} j_t(\frac{i}{a} r_n) u_{l_n}^*(K_B r_n) j_{\bar{l}_n}(\frac{k_d}{2} r_n) r_n^2 dr_n \\ C_{t l_p \bar{l}_p} = \int_{R_0}^{\infty} h_t^+(\frac{i}{a} r_p) j_{l_p}(k_p r_p) j_{\bar{l}_p}(\frac{k_d}{2} r_p) r_p^2 dr_p \quad (III)_7$$

$$F_{m_p \bar{m}_p m_n \bar{m}_n}^{l_n l_1 l_p \bar{l}_p \bar{l}_n} = i \varphi_{dm} U_{e_1}(k_n^A, k_n^B) \sum_{t\tau} (-)^{m_n + \bar{m}_p} \hat{l}_p^1 \hat{l}_p^1 \hat{l}_n^1 \hat{l}_n^1 \hat{t}^2$$

$$D_{t l_n \bar{l}_n} C_{t \bar{l}_p l_p} \begin{pmatrix} l_n \bar{l}_n t \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_p \bar{l}_p t \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_n \bar{l}_n t \\ m_n - \bar{m}_n - \tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_p \bar{l}_p t \\ m_p - \bar{m}_p - \tau \end{pmatrix} \quad (III_8)$$

Transportons cette valeur dans la formule (III₅) pour obtenir une expression générale de I_D

$$I_D(\mu_p \mu_d M_B M_n) = (4\pi)^{5/2} \sqrt{3} V_0 \varphi_{dm} U_{e_1} \sum_{L l_p \bar{l}_p \bar{l}_n t} \hat{I}_B \hat{j} \hat{l}_p^2 \hat{l}_p^1 \hat{l}_n^2 \hat{l}_n^1 \hat{L}^2 \hat{t}^2$$

$$(-)^{2I_C - I_A - j + l_n - \frac{1}{2} + M_B + \mu_d + \mu + m_n + \bar{m}_p} \quad (H)^* \quad I_C j j_1 \quad D_{t l_n \bar{l}_n} C_{t l_p \bar{l}_p} \quad i^{\bar{l}_p + \bar{l}_n - l_p + 1} Y_{l_p m_p}(\Omega_{k_p})$$

$$Y_{LM}(\Omega_{k_d}) \begin{pmatrix} \bar{l}_p \bar{l}_n L \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_n \bar{l}_n t \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_p \bar{l}_p t \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_A j I_B \\ M_A \mu - M_B \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} l_n \frac{1}{2} j \\ m_n \mu_n - \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 \\ \mu_p \mu_n - \mu_d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{l}_p \bar{l}_n L \\ \bar{m}_p \bar{m}_n M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_p \bar{l}_p t \\ m_p - \bar{m}_p - \tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_n \bar{l}_n t \\ m_n - \bar{m}_n - \tau \end{pmatrix} \quad (III_9)$$

Etude du cas test : $l_1 = 0, l_n = 0$ -

Nous allons examiner ce cas pour la commodité qu'il introduit dans les calculs. On suppose le noyau cible formé d'un coeur plus un neutron sur une couche S. Les couches internes étant toutes pleines en neutrons et en protons, le moment angulaire du coeur est nul $I_C = 0$. D'autre part, le neutron est sur une couche s donc $l_1 = 0$. Le neutron du deuteron sera capturé sur la même couche s donc $l_n = 0$. Ce cas n'est pas purement fictif car la réaction $Si^{29}(dp)Si^{30}$ remplit de telles conditions. C'est sur cette réaction que

nous espérons confronter les points expérimentaux en polarisation et en distribution angulaire avec les résultats théoriques pour savoir si cette méthode est nettement plus avantageuse que la DWBA.

$$F_{0 \bar{m}_n m_p \bar{m}_p}^{00 \ell_p \bar{\ell}_p \bar{\ell}_n} = i \varphi_{dm} U_0(K_n^A, K_n^B) \sum_{t\tau} (-)^{\bar{m}_p} \hat{\ell}_p \hat{\ell}_p \hat{\ell}_n \hat{t}^2 D_{t0 \bar{\ell}_n} C_{t \ell_p \bar{\ell}_p} \begin{pmatrix} \ell_p \bar{\ell}_p t \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\ell}_n 0 t \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \bar{\ell}_n t \\ 0 -m_n -\tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_p \bar{\ell}_p t \\ m_p -\bar{m}_p \tau \end{pmatrix}$$

Nous expliciterons les coefficients "3 j" par leur valeur particulière et remarquant que $\bar{m}_p + \bar{m}_n = m_p$, on trouve l'expression très simple

$$F_{0 m_p \bar{m}_p \bar{m}_n}^{00 \ell_p \bar{\ell}_p \bar{\ell}_n} = i \varphi_{dm} U_0(K_n^A, K_n^B) \hat{\ell}_p \hat{\ell}_p \hat{\ell}_n D_{\bar{\ell}_n 0 \bar{\ell}_n} C_{\bar{\ell}_n \ell_p \bar{\ell}_p} (-)^{m_p} \begin{pmatrix} \ell_p \bar{\ell}_p \bar{\ell}_n \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_p \bar{\ell}_p \bar{\ell}_n \\ -m_p \bar{m}_p \bar{m}_n \end{pmatrix}$$

Pour ce cas de réaction, remarquons aussi que :

$$\begin{pmatrix} \ell_n \frac{1}{2} j \\ m_n \mu_n - \mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \frac{1}{2} j \\ 0 \mu_n - \mu \end{pmatrix} = (-)^{\frac{1}{2} - \mu_n} \frac{1}{\sqrt{2}} \delta_{j \frac{1}{2}} \delta_{\mu \mu_n}$$

On porte dans l'expression de I puis on somme sur $\bar{m}_p \bar{m}_n$ et l'expression finale de I_D devient :

$$I_D(\mu_p \mu_d M_B M_A) = (4\pi)^{5/2} V_0 \sqrt{3} \varphi_{dm} U_0(K_n^A, K_n^B) \sum_{\ell_p \bar{\ell}_p \bar{\ell}_n} (-)^{M_B - I_A - \frac{1}{2} + \mu_d + m_p} \hat{\ell}_p \hat{\ell}_p \hat{\ell}_n \mu_n m_p \begin{pmatrix} \ell_p \bar{\ell}_p \bar{\ell}_n \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_p \bar{\ell}_p \bar{\ell}_n \\ \mu_p - \bar{m}_p \mu_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_p \bar{\ell}_p \bar{\ell}_n \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_A \frac{1}{2} I_B \\ M_A \mu_A - M_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 \\ \mu_p \mu_n - \mu_d \end{pmatrix} \quad (III_{10})$$

A partir de cette expression, nous allons retrouver le fait que $\vec{P} \equiv 0$ et calculer $\sigma(\theta)$. Nous utiliserons la théorie générale exposée dans le chapitre I, et plus spécialement la formule (I₉) :

$$\langle T_R^T \rangle T_{\tau\beta'} = \frac{1}{3} \sum_{M_B M_A \mu_p \mu_p' \mu_d} (-)^{\frac{1}{2} + \mu_p} \frac{\hat{R}}{\hat{I}_A^2} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & R \\ \mu_p - \mu_p' & -T \end{pmatrix} I(\mu_p \mu_d M_B M_A) I^*(\mu_p' \mu_d M_B M_A)$$

après avoir remplacé I par sa valeur, on groupe les termes semblables :

$$\begin{aligned} \langle T_R^T \rangle T_{\tau\beta'} &= (4\pi)^5 V_0^2 g_{dm}^2 U_0^2 \textcircled{H}^2_{0I_A \frac{1}{2}} \hat{R} \frac{\hat{I}_B^2}{\hat{I}_A^2} \sum_i \bar{l}_p + \bar{l}_n + l_p + \bar{l}_p' + \bar{l}_n' + l_p' \\ &\quad (-)^{2I_A + 2M_B - \frac{1}{2} + m_p + m_p' + \mu_p - l_p + l_p'} \frac{\hat{l}_p^2}{\hat{l}_p^2} \frac{\hat{l}_n^2}{\hat{l}_p^2} \frac{\hat{l}_p'^2}{\hat{l}_p'^2} \frac{\hat{l}_n'^2}{\hat{l}_p'^2} D_{\bar{l}_n 0 \bar{l}_n} D_{\bar{l}_n' 0 \bar{l}_n'}^* C_{\bar{l}_p l_p \bar{l}_p} C_{\bar{l}_n' l_p' \bar{l}_p'}^* \\ &\quad Y_{l_p m_p}(\Omega_{k_p}) Y_{l_p' m_p'}^*(\Omega_{k_p}) Y_{l_p - m_p}(\Omega_{k_d}) Y_{l_p' - m_p'}^*(\Omega_{k_d}) \begin{pmatrix} \bar{l}_p & \bar{l}_n & l_p \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} \bar{l}_p' & \bar{l}_n' & l_p' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \\ &\quad \begin{pmatrix} I_A & \frac{1}{2} & I_B \\ M_A & \mu_n - M_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_A & \frac{1}{2} & I_B \\ M_A & \mu_n' - M_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \mu_p & \mu_n - \mu_d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \mu_p' & \mu_n' - \mu_d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & R \\ \mu_p - \mu_p' & -T \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Remarquons que $(-)^{2I_A + 2M_B} = -1$, en effet :

$$(-)^{2I_A + 2M_B} = (-)^{2I_A + 2M_A + 2\mu_n} = (-)^{2\mu_n} = (-)^{1-2\mu_n-1} = -1$$

Sommons sur M_A , M_B :

$$\sum_{M_A M_B} \begin{pmatrix} I_A & \frac{1}{2} & I_B \\ M_A & \mu_n - M_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_A & \frac{1}{2} & I_B \\ M_A & \mu_n' - M_B \end{pmatrix} = \frac{1}{2}$$

or $\mu_d = \mu_p + \mu_n = \mu'_p + \mu'_n$; puisque $\mu_n = \mu'_n$, $\mu_p = \mu'_p$
 et $T = \mu_p - \mu'_p = 0$

Les seuls tenseurs non nuls étant les T_R^0 , on retrouve le fait que

$$\boxed{P_x \equiv P_y \equiv 0}$$

Nous avons démontré dans le chapitre I à la page 27 que

$$\sum_{\mu_d} \left(\frac{1}{2} \frac{1}{\mu_p} \frac{1}{\mu_n - \mu_d} \right)^2 = \frac{1}{6}$$

Nous pouvons donc sommer sur μ_p

$$\sum_{\mu_p} (-) \mu_p \left(\frac{1}{2} \frac{1}{\mu_p - \mu_p} \frac{R}{0} \right) = (-)^{-\frac{1}{2}} \sqrt{2} \delta_{R,0}$$

$$\boxed{P_Z \equiv 0}$$

comme nous l'avions déjà montré au 1er chapitre.

Avec les transformations habituelles, nous obtiendrons $\sigma_D(\theta)$

c'est à dire :

$$\boxed{\sigma_D(\theta) = \frac{V_p}{6 V_d} (4\pi)^3 V_0^2 \varphi_{dm}^2 U_0^2(K_n^A, K_n^B) \frac{\hat{I}_B^2}{\hat{I}_A^2} \Theta_{0I_A^1 I_2}^2 \sum_{t, l_p, \bar{l}_p, \bar{l}_n} (-)^{l'_p - l_p} i^{l'_p + l_p + \bar{l}_n} \cdot \bar{l}'_p + l'_p + \bar{l}'_n \cdot \hat{l}_p^2 \hat{l}_p'^2 \hat{l}_p^2 \hat{l}_p'^2 \hat{l}_n^2 \hat{l}_n'^2 \hat{t}^2 D_{\bar{l}_n 0 \bar{l}_n}^* D_{\bar{l}_n' 0 \bar{l}_n'}^* C_{\bar{l}_n l_p \bar{l}_p} C_{\bar{l}_n' l_p' \bar{l}_p'}^* \begin{pmatrix} \bar{l}_p & \bar{l}_n & l_p \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} \bar{l}_p' & \bar{l}_n' & l_p' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} l_p & l_p' & t \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 P_t(\cos \theta)} \quad (III_{11})$$

Calcul de l'amplitude de transition avec interaction dépendant du spin I_{DC} -

Le moment orbital du proton étant $\vec{l}_p$ et $\vec{l}_n$ celui du neutron, le système proton-neutron aura un moment cinétique orbital $\vec{L} = \vec{l}_n + \vec{l}_p$, de même son spin sera $\vec{S} = \vec{S}_n + \vec{S}_p$. L'interaction $V_0 \lambda \vec{L} \cdot \vec{S} f(|\vec{r}_p - \vec{r}_n|)$ étant invariante par rotation, elle peut être choisie comme interaction dépendant du spin pour que l'hamiltonien H du système soit invariant par rotation. Les fonctions propres de H seront alors cherchées parmi les fonctions propres communes à L^2, S^2, J^2, J_z avec $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$.

Il est certain que l'interaction $\vec{L} \cdot \vec{S}$ ne fait pas intervenir le mouvement relatif vrai du système neutron-proton puisque en écrivant $\vec{L} = \vec{l}_n + \vec{l}_p$ nous négligeons le moment cinétique du centre de gravité des nucléons intéressés. Nous avons pourtant choisi cette interaction dépendante du spin car c'est elle qui donne les calculs les moins compliqués.

Nous écrirons donc l'amplitude de transition I_{DC} sous la forme :

$$I_{DC} = V_0 \lambda \int \Psi_p^*(\vec{k}_p, \vec{r}_p, s_p) \chi_{I_B M_B}^*(\xi, \vec{r}_n, \vec{r}_n, s_n, s_{n1}) \vec{L} \cdot \vec{S} f(|\vec{r}_p - \vec{r}_n|) \Psi_d(\vec{k}_d, \vec{r}_p, s_p, s_n, \vec{r}_n) \chi_{I_A M_A}(\xi, \vec{r}_n, s_n) d\tau$$

Nous effectuerons les transformations habituelles, intégration sur ξ , développement des ondes planes en harmoniques sphériques, regroupement des termes identiques, ce qui donne :

$$I_{DC} = (4\pi)^3 V_0 \Delta \sqrt{3} \int \sum (-)^{I_N - j - 2j_1 - \frac{3}{2} + 2I_C + M_B + 2M_A + \mu + \mu_1 + \bar{\mu}_1 + \mu_d} \frac{\hat{I}_B^1 \hat{I}_A^2 \hat{j} \hat{j}_1}{\hat{I}_C \hat{j} \hat{j}_1} \textcircled{H}^*_{I_C j j_1} i^{\bar{I}_p + \bar{I}_n - l_p} \\ \mathcal{Y}_d(\vec{r}_p - \vec{r}_n) f(\vec{r}_p - \vec{r}_n) Y_{l_p m_p}(\Omega_{k_p}) Y_{\bar{l}_p \bar{m}_p}^*(\Omega_{\frac{k_d}{2}}) Y_{\bar{l}_n \bar{m}_n}^*(\Omega_{\frac{k_d}{2}}) \\ u_{l_1 m_1}^*(K_n^B \vec{r}_n) u_{l_1 \bar{m}_1}(K_n^A \vec{r}_n) \delta_{\mu_n \bar{\mu}_n} \begin{pmatrix} I_A & j & I_B \\ M_A & \mu & -M_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_C & j_1 & I_A \\ M_C & \mu_1 & -M_A \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} I_C & j_1 & I_A \\ M_C & \mu_1 & -M_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_n & \frac{1}{2} & j \\ m_n & \mu_n & -\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 & \frac{1}{2} & j_1 \\ m_1 & \mu_{n1} & -\mu_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 & \frac{1}{2} & j_1 \\ \bar{m}_1 & \bar{\mu}_{n1} & -\bar{\mu}_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \bar{\mu}_p & \bar{\mu}_n & -\mu_d \end{pmatrix} \\ < \frac{1}{2} \mu_n \frac{1}{2} \mu_p l_p m_p l_n m_n \frac{k_d}{2} r_p \Omega_p \frac{k_d}{2} r_n \Omega_n | \vec{L} \cdot \vec{S} | \frac{1}{2} \bar{\mu}_p \frac{1}{2} \bar{\mu}_n \bar{l}_p \bar{m}_p \bar{l}_n \bar{m}_n \\ K_B r_n \Omega_n k_p r_p \Omega_p >$$

Intégrant sur $\vec{r}_n$ nous faisons apparaître le terme $U_{l_1}(K_n^A, K_n^B) \delta_{m_1 \bar{m}_1}$ défini dans le chapitre précédent. Mais et $\mu_{n1} = \bar{\mu}_{n1}$, on peut donc sommer sur m_1, μ_{n1} ce qui donne $\mu_1 = \bar{\mu}_1$ et par suite $M_C = \bar{M}_C$. Sommant ensuite sur M_C, μ_1 , il reste :

$$I_{DC} = -(4\pi)^3 \sqrt{3} V_0 \Delta U_{l_1} \int \sum (-)^{I_A - j + l_n - \frac{3}{2} + 2I_C + M_B + 2M_A + \mu + \mu_d} \frac{\hat{I}_B^1 \hat{j} \hat{I}_C^2}{\hat{I}_C \hat{j} \hat{j}_1} \textcircled{H}^*_{I_C j j_1} i^{\bar{I}_p + \bar{I}_n - l_p} \\ \mathcal{Y}_d(\vec{r}_p - \vec{r}_n) f(\vec{r}_p - \vec{r}_n) Y_{l_p m_p}(\Omega_{k_p}) Y_{\bar{l}_p \bar{m}_p}^*(\Omega_{\frac{k_d}{2}}) Y_{\bar{l}_n \bar{m}_n}^*(\Omega_{\frac{k_d}{2}}) \\ \begin{pmatrix} I_A & j & I_B \\ M_A & \mu & -M_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_n & \frac{1}{2} & j \\ m_n & \mu_n & -\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \bar{\mu}_p & \bar{\mu}_n & -\mu_d \end{pmatrix} < \frac{1}{2} \mu_n \frac{1}{2} \mu_p l_p m_p l_n m_n \\ \frac{k_d}{2} r_p \Omega_p \frac{k_d}{2} r_n \Omega_n | \vec{L} \cdot \vec{S} | \frac{1}{2} \bar{\mu}_p \frac{1}{2} \bar{\mu}_n \bar{l}_p \bar{m}_p \bar{l}_n \bar{m}_n K_B r_n \Omega_n \quad \textcircled{III}_{12}) \\ k_p r_p \Omega_p >$$

Pour calculer l'élément de matrice de $\vec{L} \cdot \vec{S}$ faisons un changement de base rendant $\vec{L} \cdot \vec{S}$ diagonal c'est à dire passons dans la base propre commune à $J^2 \quad L^2 \quad S^2 \quad J_z$ avec $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$.

On écrira l'état $|S \sigma\rangle$ en fonction des états $|\frac{1}{2} \mu_n\rangle |\frac{1}{2} \mu_p\rangle$ et l'état $|L M\rangle$ en fonction de $|\ell_n m_n\rangle |\ell_p m_p\rangle$. Nous recombina-
nerons les états $|L M\rangle |S \sigma\rangle$ pour obtenir l'état $|J M_J\rangle$

$$|\frac{1}{2} \mu_p \frac{1}{2} \mu_n \ell_p \bar{m}_p \ell_n \bar{m}_n\rangle = \sum_{\substack{\vec{J} \vec{L} \vec{S} \\ \vec{M}_J \vec{M} \vec{\sigma}}} (-)^{L+\vec{L}-S-\vec{S}+\ell_p+\bar{\ell}_p-\ell_n-\bar{\ell}_n+M_J+\bar{M}_J+M+\bar{M}+\sigma+\bar{\sigma}} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \bar{S} \\ \mu_p & \mu_n & -\bar{\sigma} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_p & \ell_n & \bar{L} \\ \bar{m}_p & \bar{m}_n & -\bar{M} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{L} & \bar{S} & \bar{J} \\ \bar{M} & \bar{\sigma} & -\bar{M}_J \end{pmatrix} |J \bar{M}_J\rangle$$

L'élément de matrice de $\vec{L} \cdot \vec{S}$ dans la base propre totale est donc

$$\langle \frac{1}{2} \mu_p \frac{1}{2} \mu_n \ell_p m_p \ell_n m_n \Omega_p \Omega_n | \vec{L} \cdot \vec{S} | \frac{1}{2} \mu_p \frac{1}{2} \mu_n \ell_p \bar{m}_p \ell_n \bar{m}_n \Omega_p \Omega_n \rangle = \sum_{\substack{L S J \\ M \sigma M_J}} \sum_{\substack{\bar{L} \bar{S} \bar{J} \\ \bar{M} \bar{\sigma} \bar{M}_J}} (-)^{L+\bar{L}-S-\bar{S}+\ell_p+\bar{\ell}_p-\ell_n-\bar{\ell}_n+M_J+\bar{M}_J+M+\bar{M}+\sigma+\bar{\sigma}} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & S \\ \mu_p & \mu_n & \sigma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \bar{S} \\ \mu_p & \mu_n & -\bar{\sigma} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_p & \ell_n & L \\ m_p & m_n & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_p & \ell_n & \bar{L} \\ \bar{m}_p & \bar{m}_n & -\bar{M} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L & S & J \\ M & \sigma & -M_J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{L} & \bar{S} & \bar{J} \\ \bar{M} & \bar{\sigma} & -\bar{M}_J \end{pmatrix} \langle J M_J \Omega_p \Omega_n | \vec{L} \cdot \vec{S} | J \bar{M}_J \Omega_p \Omega_n \rangle$$

mais $\vec{L} \cdot \vec{S} = \frac{1}{2} (J^2 - L^2 - S^2)$

$$J^2 |J M_J\rangle = J(J+1) |J M_J\rangle$$

$$L^2 |J M_J\rangle = L(L+1) |J M_J\rangle$$

$$S^2 |J M_J\rangle = S(S+1) |J M_J\rangle$$

Soit :

$$\langle JM_J | \vec{L} \cdot \vec{S} | \bar{J} \bar{M}_J \rangle = \frac{1}{2} \left\{ J(J+1) - L(L+1) - S(S+1) \right\} \delta_{J\bar{J}} \delta_{L\bar{L}} \delta_{S\bar{S}} \delta_{M_J \bar{M}_J} = A_{JLS}$$

Remarquons que : $\vec{S} = \vec{S}_n + \vec{S}_p = \vec{I}/2 + \vec{I}/2 = 0$ ou I

Si $S = 0$, $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ donne $J = L$ et $A_{JLS} = 0$, de même si $L = 0$, $J = S$ et $A_{JLS} = 0$. Il faut donc nécessairement que :

$$\boxed{S = 1 \quad \text{et} \quad L \neq 0} \quad (III_{13})$$

Notant que $M + \sigma = \bar{M} + \bar{\sigma} = M_J$ et $(-)^{2M_J} = 1$, l'élément de matrice de $\vec{L} \cdot \vec{S}$ s'écrit :

$$\begin{aligned} \langle \vec{L} \cdot \vec{S} \rangle &= \sum_{JLM_J M \bar{M} \sigma \bar{\sigma}} (-)^{\ell_p + \ell_p - \ell_n - \ell_n} \begin{matrix} \ell_p & \ell_p - \ell_n - \ell_n \\ 3 & J^2 \hat{L}^2 \end{matrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \mu_p & \mu_n - \sigma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \bar{\mu}_p & \bar{\mu}_n - \bar{\sigma} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_p & \ell_n & L \\ m_p & m_n - M \end{pmatrix} \\ &\quad \begin{pmatrix} \bar{\ell}_p & \bar{\ell}_n & L \\ \bar{m}_p & \bar{m}_n - \bar{M} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L & 1 & J \\ M & \sigma - M_J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L & 1 & J \\ \bar{M} & \bar{\sigma} - M_J \end{pmatrix} \langle JM_J | \Omega_p \Omega_n \rangle \langle \Omega_p \Omega_n | JM_J \rangle \\ &\quad u_{\ell_n}^* (K_B r_n) j_{\ell_p} (k_p r_p) j_{\bar{\ell}_p} (\frac{k_d}{2} r_p) j_{\bar{\ell}_n} (\frac{k_d}{2} r_n) \end{aligned}$$

Nous ne pouvons utiliser une relation de fermeture sur :

$$\langle JM_J | \Omega_p \Omega_n \rangle \langle \Omega_p \Omega_n | JM_J \rangle$$

car :

$$f(|\vec{r}_p - \vec{r}_n|) \text{ et } \varphi_d(|\vec{r}_p - \vec{r}_n|)$$

dépendent de Ω_p et Ω_n . Il faut donc redécomposer $\langle \Omega_p \Omega_n | JM_J \rangle$ en harmoniques sphériques des directions Ω_p et Ω_n :

$$\begin{aligned} \langle \Omega_p \Omega_n | JM_J \rangle &= \sum_{M' \sigma' \bar{m}'_p \bar{m}'_n} (-)^{L-1+M_J+\ell_p-\ell_n+M'} \begin{matrix} L-1 & J \\ \hat{L} & \hat{J} \end{matrix} \begin{pmatrix} L & 1 & J \\ M' \sigma' - M_J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\ell}_p & \bar{\ell}_n & L \\ m' & \sigma' - M' \end{pmatrix} \\ &\quad Y_{\bar{\ell}_p \bar{m}'_p}(\Omega_p) Y_{\bar{\ell}_n \bar{m}'_n}(\Omega_n) |1\sigma' \rangle \end{aligned}$$

Il vient alors

$$\begin{aligned}
 \langle |\vec{L} \cdot \vec{S}| \rangle &= 3 \mu_{\text{B}}^* (K_B r_0) \hat{j}_{\vec{L}_p} (\frac{1}{2} r_p) \hat{j}_{\vec{L}_n} (\frac{1}{2} r_p) \hat{j}_{\vec{L}_p} (\frac{1}{2} r_p) \hat{j}_{\vec{L}_n} (\frac{1}{2} r_p) \sum_{\substack{\vec{L}_p, \vec{L}_n, \vec{S}, \vec{S}' \\ \vec{m}_p, \vec{m}_n, \vec{m}_p', \vec{m}_n'}} (-1)^{m_p + m_n} \\
 &\quad \hat{j}_4 \hat{L}_4 A_{JL4} \delta_{\vec{r}' \vec{r}''} Y_{\vec{L}_p \vec{m}_p'} (R_p) Y_{\vec{L}_p \vec{m}_p}^* (R_p) \\
 &\quad Y_{\vec{L}_n \vec{m}_n} (R_n) Y_{\vec{L}_n \vec{m}_n}^* (R_n) \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 \middle| \frac{1}{\mu_p \mu_n - \sigma} \middle| \frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 \right) \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 \right) \\
 &\quad \left(\frac{\vec{L}_p \vec{L}_n L}{\vec{m}_p \vec{m}_n - \vec{M}} \right) \left(\frac{L \ 1 \ J}{M \ \sigma - M_J} \right) \left(\frac{L \ 1 \ J}{\vec{M} \ \vec{\sigma} - M_J} \right) \left(\frac{L \ 1 \ J}{M' \ \sigma' - M_J} \right) \left(\frac{L \ 1 \ J}{M'' \ \sigma'' - M_J} \right) \\
 &\quad \left(\frac{L_p L_n L}{m_p' m_n' - M'} \right) \left(\frac{\vec{L}_p \vec{L}_n L}{\vec{m}_p' \vec{m}_n' - M'} \right)
 \end{aligned}$$

(11)

Nous remplacerons $\mathcal{V}_d(|\vec{r}_p - \vec{r}_n|)$ par $\mathcal{V}_{dm}$ en utilisant une S.D.M., puis décomposerons le potentiel de Yukawa en harmoniques sphériques ce qui nous permettra d'effectuer les intégrations en $\vec{r}_p$ et $\vec{r}_n$. Regroupant ensuite les Y_{lm} on obtient :

$$\begin{aligned}
 I_{DC} &= -(4\pi)^{5/2} 3 \sqrt{3} V_0 \lambda U_{L4} \mathcal{V}_{dm} (\mathcal{H})_{\vec{L}_C} \hat{j}_{\vec{L}_1} \sum_{\substack{M_A, \mu, \mu_n, \vec{m}_p, \vec{m}_n \\ m_n, m_p, \vec{m}_p', \vec{m}_n' \\ m_p' \vec{m}_p' m_n' \vec{m}_n'}} \sum_{\substack{\vec{L}_p, \vec{L}_n, \vec{S}, \vec{S}' \\ M' M'' \sigma' \sigma'' \\ d \ \delta \ \epsilon \ \tau}} i^{\vec{L}_p + \vec{L}_n - \vec{L}_p'} \\
 &\quad (-) \frac{m_n' + \vec{m}_p' + I_A - j + L_n - \frac{3}{2} + 2I_C + M_B + 2M_A + \mu + \mu_d}{\hat{I}_B \hat{j} \hat{j}_4 \hat{L}_4 \hat{L}_4 \hat{L}_4 \hat{L}_4 \hat{L}_p \hat{L}_p^2 \hat{L}_n \hat{L}_n} \\
 &\quad D_{\vec{L}_p \vec{L}_n \vec{L}_C} C_{\vec{L}_p \vec{L}_p} Y_{\vec{L}_p \vec{m}_p} (R_p) Y_{d\delta} (R_{\frac{R_d}{2}}) \left(\frac{\vec{L}_p \vec{L}_p \vec{L}_C}{0 \ 0 \ 0} \right) \\
 &\quad \left(\frac{L_n \vec{L}_n \vec{L}_C}{0 \ 0 \ 0} \right) \left(\frac{\vec{L}_p \vec{L}_n \vec{L}_C}{0 \ 0 \ 0} \right) \left(\frac{I_A \ j \ I_B}{M_A \ \mu - M_B} \right) \left(\frac{L_n \ \frac{1}{2} \ j}{m_n \ \mu_n - \mu} \right) \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 \right) \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 \right) \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 \right) \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 \right) \\
 &\quad \left(\frac{L_p \ L_n \ L}{m_p \ m_n - M} \right) \left(\frac{\vec{L}_p \vec{L}_n \vec{L}}{\vec{m}_p \vec{m}_n - \vec{M}} \right) \left(\frac{L \ 1 \ J}{M \ \sigma - M_J} \right) \left(\frac{L \ 1 \ J}{\vec{M} \ \vec{\sigma} - M_J} \right) \left(\frac{L \ 1 \ J}{M' \ \sigma' - M_J} \right) \left(\frac{L \ 1 \ J}{M'' \ \sigma'' - M_J} \right) \\
 &\quad \left(\frac{L_p \ L_n \ L}{m_p' m_n' - M'} \right) \left(\frac{\vec{L}_p \vec{L}_n \vec{L}}{\vec{m}_p' \vec{m}_n' - M'} \right) \left(\frac{L_p \ \vec{L}_p \ \vec{L}_C}{-m_p' \vec{m}_p' - \tau} \right) \left(\frac{L_n \ \vec{L}_n \ \vec{L}_C}{-m_n' \vec{m}_n' - \tau} \right) \left(\frac{\vec{L}_p \vec{L}_n \vec{L}_C}{\vec{m}_p' \vec{m}_n' \ \delta} \right)
 \end{aligned}$$

En resommant certains coefficients "3 j", nous faisons apparaître un coefficient "6 j" et un coefficient "9 j" suivant les techniques de calcul habituelles, ce qui donne une expression beaucoup plus condensée :

$$I_{DC} = -(4\pi)^{5/2} \sqrt{3} V_0 d V_{L1} \varphi_{dm} \sum_{\substack{\mu M_T M_{JP} m_p \bar{M} J L t}} (-1)^{I_A - j + l_n - \frac{1}{2} + J - \bar{l}_p + 2 I_C + 2 M_A + M_B + \mu + \mu_d} \hat{I}_A \hat{j} \hat{j}^2 \hat{L} \hat{l}_p \hat{l}_p^2 \hat{l}_n \hat{l}_n^2 \hat{j}_p^2$$

$$i^{\bar{l}_p + \bar{l}_n + l_p + 1} \Theta_{I_C j j_1}^* A_{J L 1} D_{t l_n \bar{l}_n} C_{t l_p \bar{l}_p} Y_{l_p m_p}(\theta_{k_p}) Y_{L, -\bar{M}}(\theta_{k_d})$$

$$\begin{pmatrix} l_p \bar{l}_p t \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_n \bar{l}_n t \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{l}_p \bar{l}_n L \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} l_p \ l_n \ L \\ \bar{l}_n \ \bar{l}_p \ t \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} l_p \ \frac{1}{2} \ J_p \\ l_n \ \frac{1}{2} \ j \\ L \ 1 \ J \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} I_A j I_B \\ M_A \mu - M_B \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} L \ 1 \ J \\ \bar{M} \ \mu_d - M_J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_p \ j \ J \\ M_{JP} - \mu \ M_J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_p \ \frac{1}{2} \ J_p \\ m_p \ \mu_p \ M_{JP} \end{pmatrix}$$

(III)₁₆)

Etude du cas test $l_n = 0$ et $l_l = 0$ -

Ici encore les simplifications seront importantes car le "6 j" peut être remplacé par son expression algébrique et le "9 j" se transforme en un "6 j"

$$\begin{pmatrix} l_n \bar{l}_n t \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \ \bar{l}_n t \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} = (-1)^{\bar{l}_n} \frac{1}{\bar{l}_n} \delta_{t \bar{l}_n}$$

$$\begin{Bmatrix} l_p \ l_n \ L \\ \bar{l}_n \ \bar{l}_p \ t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} l_p \ 0 \ L \\ \bar{l}_n \ \bar{l}_p \ t \end{Bmatrix} = (-1)^{l_p + \bar{l}_p + \bar{l}_n} \delta_{l_p L} \delta_{\bar{l}_n t} \frac{1}{\bar{l}_n} \frac{1}{\bar{l}_p}$$

$$\begin{Bmatrix} l_p \ \frac{1}{2} \ J_p \\ l_n \ \frac{1}{2} \ J \\ L \ 1 \ J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} l_p \ \frac{1}{2} \ J_p \\ 0 \ \frac{1}{2} \ j \\ L \ 1 \ J \end{Bmatrix} = (-1)^{3j + \frac{3}{2} + J + L} \delta_{l_p L} \delta_{j \frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\bar{l}_p} \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} \ 1 \ \frac{1}{2} \\ J \ J_p \ l_p \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 I_{DC}(\mu_p \mu_d M_B M_A) &= -(4\pi)^{5/2} \sqrt{3} V_0 \mathcal{Y}_{dm} \mathcal{V}_0(K_n^A, K_n^B) \textcircled{H}^* \sum_{0 \leq I_A \leq \frac{1}{2}} \sum_{\substack{I_A + M_B + 2M_A + \mu + \mu_d \\ J_p \bar{J}_p \bar{L}_n \mu \\ m_p \bar{m} M_J M_J}} (-1)^{I_B} \hat{I}_B \hat{J}^2 \hat{L}_n^2 \hat{J}_p^2 \hat{J}_p^2 \\
 & A_{J_p 1} D_{\bar{L}_n 0 \bar{L}_n} C_{\bar{L}_n \ell_p \bar{\ell}_p} i^{\ell_p + \bar{\ell}_p + \bar{L}_n + 1} Y_{\ell_p m_p}(R_{kp}) Y_{\ell_p - \bar{m}}(R_{kd}) \\
 & \begin{pmatrix} \ell_p \bar{\ell}_p \bar{L}_n \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix}^2 \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ J & J_p & \ell_p \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} I_A & \frac{1}{2} & I_B \\ M_A & \mu & -M_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_p & 1 & J \\ \bar{m} & \mu & -M_J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_p & \frac{1}{2} & J \\ M_J & -\mu & M_J \end{pmatrix} \\
 & \begin{pmatrix} \ell_p & \frac{1}{2} & J_p \\ m_p & \mu_p & M_{Jp} \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

(III₁₇)

L'amplitude directe de transition se présente donc sous la forme $I = I_D + \lambda I_{DC}$, lorsque l'interaction V_{np} est une interaction dépendante du spin. Le calcul de P_Z et $\sigma(\theta)$ faisant intervenir le carré du module de I nous obtiendrons trois termes.

1/ $|I_D|^2$ qui donne une polarisation nulle et une distribution angulaire $\sigma_D(\theta)$ donnée par la formule (III₁₁)

2/ $2 \lambda \operatorname{Re} I_D I_{DC}^*$ que nous appellerons terme rectangle de couplage donnera une polarisation P_1 et une distribution angulaire σ_{R_1}

3/ $\lambda^2 |I_{DC}|^2$ que nous appellerons terme complémentaire de couplage donnera une polarisation P_5 et une distribution angulaire σ_{DC}

Nous allons évaluer ces grandeurs non sans remarquer auparavant que λ étant de l'ordre de $1/10$, les termes complémentaires de couplage sont du second ordre par rapport aux termes rectangles.

Calcul des termes rectangles directs P_I et σ_{R1} -

Pour la commodité de l'exposé nous négligerons d'écrire constamment deux fois partie réelle, n'omettant pas de le mentionner à la fin des calculs.

$$\langle T_R^T \rangle T_{\gamma\beta}' = \sum_{M_A M_B \mu_p \mu_p' \mu_d} (-)^{\frac{1}{2} + \mu_p} \frac{1}{3} \frac{\hat{R}}{\hat{I}_A^2} \left(\frac{\frac{1}{2} \frac{1}{2} R}{\mu_p - \mu_p' - T} \right) I_D(\mu_p \mu_d M_B M_A) I_{DC}^*(\mu_p' \mu_d M_B M_A)$$

En remplaçant I_{DC} et I_D par leur valeur nous obtenons :

$$\begin{aligned} \langle T_R^T \rangle T_{\gamma\beta}' &= (4\pi)^5 V_0^2 y_{dm}^2 V_0^2 \hat{H}_{0I_A \frac{1}{2}}^2 \frac{\hat{I}_B^2}{\hat{I}_A^2} \sum_{M_A M_B \mu_p \mu_p' \mu_d \mu_n} (-)^{2I_A + \ell_p' + 1 + \mu_p + \mu} \frac{\hat{\ell}_p^2 \hat{\ell}_n^2 \hat{\ell}_p'^2 \hat{\ell}_n'^2}{\hat{I}_p^2 \hat{I}_n^2} \\ &\quad D_{\ell_n 0 \ell_n}^* D_{\ell_n 0 \ell_n}^* C_{\ell_n \ell_p \ell_p}^* C_{\ell_p' \ell_p \ell_p}^* \frac{A_{J \ell_p' 1} Y_{\ell_p m_p}(\Omega_{R_p})}{\ell_p \ell_p' \ell_p' \ell_p' J \mu} \\ &\quad Y_{\ell_p' m_p}^*(\Omega_{R_p}) Y_{\ell_p m_p}^*(\Omega_{R_d}) Y_{\ell_p' - \bar{M}(\Omega_{R_d})} \left(\begin{matrix} \bar{\ell}_p & \bar{\ell}_n & \ell_p \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right)^2 \left(\begin{matrix} \bar{\ell}_p' & \bar{\ell}_n & \ell_p' \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right)^2 \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ J & J_p & \ell_p' \end{matrix} \right\} \\ &\quad \left(\begin{matrix} I_A \frac{1}{2} I_B \\ M_A \mu_n - M_B \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} I_A \frac{1}{2} I_B \\ M_A \mu - M_B \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} \frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 \\ \mu_p \mu_n - \mu_d \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} \frac{1}{2} \frac{1}{2} R \\ \mu_p - \mu_p' - T \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} \ell_p' & 1 & J \\ \bar{M} & \mu_d - M_J \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} J_p & \frac{1}{2} & J \\ M_{Jp} & -\mu & M_J \end{matrix} \right) \\ &\quad \left(\begin{matrix} \ell_p' & \frac{1}{2} & J_p \\ m_p' & \mu_p' & M_{Jp} \end{matrix} \right) \end{aligned}$$

Nous pouvons sommer sur M_A et M_B

$$\sum_{M_A M_B} \left(\begin{matrix} I_A \frac{1}{2} I_B \\ M_A \mu - M_B \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} I_A \frac{1}{2} I_B \\ M_A \mu_n - M_B \end{matrix} \right) = \frac{1}{2} \delta_{\mu \mu_n}$$

Mais pour que les "3 j" soient différents de zéro, il faut nécessairement que

$$\begin{aligned} M_J &= \bar{M} + \mu_d & \text{soit} & \quad -\bar{M} = \mu_d - M_J \\ \mu_d &= \mu_p + \mu_n & \text{soit} & \quad -\bar{M} = \mu_p + \mu_n - M_J \\ -M_J &= M_{Jp} - \mu_n & \text{or} & \quad M_{Jp} = -m_p' - \mu_p' \end{aligned}$$

Enfin :

$$-M = \mu_p - \mu'_p - m'_p = T - m'_p$$

Si nous voulons calculer la polarisation suivant l'axe de quantification (dirigé suivant $\vec{k}_p \wedge \vec{k}_d$), il faudra nécessairement calculer la valeur moyenne du tenseur T^{R0} .

Pour calculer la distribution angulaire nous calculerons la valeur moyenne du tenseur T^0_0 nous pouvons donc écrire $T = 0$ et regrouper les harmoniques sphériques de même direction soit :

$$Y_{\ell_p m_p}(\Omega_{k_p}) Y_{\ell'_p m'_p}^*(\Omega_{k_p}) = (-)^{m'_p} \sum_{t\tau} \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \hat{\ell}_p \hat{\ell}'_p \hat{t} \begin{pmatrix} \ell_p & \ell'_p & t \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_p & \ell'_p & t \\ m_p & -m'_p & \tau \end{pmatrix} Y_{t\tau}^*(\Omega_{k_p})$$

$$Y_{\ell_p m_p}^*(\Omega_{k_d}) Y_{\ell'_p m'_p}^*(\Omega_{k_d}) = (-)^{m_p+m'_p} \sum_{t'\tau'} \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \hat{\ell}_p \hat{\ell}'_p \hat{t}' \begin{pmatrix} \ell_p & \ell'_p & t' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_p & \ell'_p & t' \\ m_p & -m'_p & -\tau' \end{pmatrix} Y_{t'\tau'}^*(\Omega_{k_d})$$

mais $\tau = m_p - m'_p = -\tau'$

L'expression précédente devient alors

$$\begin{aligned} \langle T^0_R \rangle T^0_{S'} &= \frac{1}{2} (4\pi)^4 \frac{g_{dm}^2}{V_0^2} \Theta^2_{0IA\frac{1}{2}} \frac{\hat{I}_B}{\hat{I}_A^2} V_0^2 \sum (-)^{2IA+\frac{\ell'_p+1+\mu_p+\mu_n+m_p}{R}} \frac{\hat{I}_B}{\hat{I}_A^2} V_0^2 \sum (-)^{2IA+\frac{\ell'_p+1+\mu_p+\mu_n+m_p}{R}} \hat{\ell}_p \hat{\ell}'_p \hat{t} \hat{\ell}'_p \hat{t}' \hat{\ell}_n \hat{\ell}'_n \hat{t} \hat{t}' \\ & D_{\ell_n 0 \ell_n} D_{\ell'_n 0 \ell'_n}^* C_{\ell_n \ell_p \ell_p} C_{\ell'_n \ell'_p \ell'_p}^* A_{J\ell'_p 1} Y_{t\tau}^*(\Omega_{k_p}) Y_{t'\tau'}^*(\Omega_{k_d}) \\ & \left(\begin{pmatrix} \ell_p & \ell_n & \ell_p \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right)^2 \left(\begin{pmatrix} \ell'_p & \ell'_n & \ell'_p \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right)^2 \begin{pmatrix} \ell_p & \ell'_p & t \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_p & \ell'_p & t' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ J & J_p & \ell'_p \end{matrix} \right\} \left(\begin{matrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \mu_p & \mu_n & -\mu_d \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & R \\ \mu_p & -\mu_p & 0 \end{matrix} \right) \\ & \left(\begin{pmatrix} \ell'_p & 1 & J \\ m'_p & \mu_d & -M_J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_p & \frac{1}{2} & J \\ M_{Jp} & -\mu_n & M_J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_p & \frac{1}{2} & J_p \\ m_p & \mu_p & M_{Jp} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_p & \ell'_p & t \\ m_p & -m'_p & \tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_p & \ell'_p & t' \\ m_p & -m'_p & \tau' \end{pmatrix} \right) \end{aligned}$$

Nous simplifierons cette expression en sommant sur M_{JP} ce qui introduit

$$(-) \sum_{Q \in} e^2 \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & e \\ l'_p & J & J_p \end{matrix} \right\} \left(\begin{matrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & e \\ \mu_n & \mu_p & -\varepsilon \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} e & J_p & l'_p \\ \varepsilon & -M_J & m'_p \end{matrix} \right)$$

puis sur J_p en utilisant la règle habituelle d'orthogonalité des "6 j"

$$\sum_{J_p} \hat{J}_p^2 \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & e \\ l'_p & J_p & J \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ J_p & J & l'_p \end{matrix} \right\} = \frac{1}{3} \delta_{e,1}$$

Nous sommerons ensuite sur μ_n et M_J en faisant apparaître les "6 j"

$$\left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & g \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & h \\ l'_p & l'_p & J \end{matrix} \right\}$$

et les "3 j" correspondants, également sur m_p introduisant

$$\left\{ \begin{matrix} t & t & k \\ l'_p & l'_p & l_p \end{matrix} \right\} \text{ et les "3 j" } \left(\begin{matrix} l_p & l'_p & k \\ m'_p & -m'_p & 0 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} t & t' & k \\ -z & z & 0 \end{matrix} \right)$$

Ces transformations faites, nous pouvons alors orthogonaliser les "3 j" en sommant sur μ_p et sur μ_d ce qui donne tous calculs faits :

$$\begin{aligned} \langle T_R^0 \rangle T_{\tau} p' &= (4\pi)^4 \mathcal{V}_{dm}^2 \mathcal{V}_0^2 \mathcal{V}_0^2 \hat{H}_{0I_A \frac{1}{2}}^2 \frac{\hat{I}_0^2}{\hat{I}_A^2} \mathcal{R}_e \sum_{J l_p l'_p l_p \bar{l}_p \bar{l}_n \bar{l}_n t t'} (-)^{2I_A + J + l'_p + R - 1} \\ &\hat{R} \hat{J}^2 \hat{l}_p^2 \hat{l}_p^2 \hat{l}_p^2 \hat{l}_p^2 \hat{l}_n^2 \hat{l}_n^2 \hat{t} \hat{t}' D_{\bar{l}_n 0 \bar{l}_n} D_{\bar{l}_n 0 \bar{l}_n}^* A_{J l_p l'_p} C_{l_n l_p \bar{l}_p} C_{\bar{l}_n l_p \bar{l}_p}^* \\ &_{i \bar{l}_p + \bar{l}_n + l_p + \bar{l}_p + \bar{l}_n + l'_p} \left(\begin{matrix} \bar{l}_p & \bar{l}_n & l_p \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right)^2 \left(\begin{matrix} \bar{l}_p & \bar{l}_n & l'_p \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right)^2 \left(\begin{matrix} l_p & l'_p & t \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} l_p & l'_p & t' \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right) \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & R \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \\ &\left\{ \begin{matrix} l'_p & l'_p & R \\ 1 & 1 & J \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} l'_p & l'_p & R \\ t' & t & l_p \end{matrix} \right\} \sum_{\tau} \left(\begin{matrix} t & t' & R \\ z & -z & 0 \end{matrix} \right) Y_{t \tau}(\Omega_{k_p}) Y_{t' - \tau}(\Omega_{k_d}) \end{aligned}$$

Nous pouvons remarquer que les "3 j" $\begin{pmatrix} \bar{l}_p & \bar{l}_n & l_p \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} \bar{l}_p' & l_p' & \bar{l}_n' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ sont nuls sauf si $\bar{l}_p + \bar{l}_n + l_p$ est pair et $\bar{l}_p' + l_p' + \bar{l}_n'$ également pair, soit : $i \cdot \bar{l}_p + \bar{l}_n + l_p + \bar{l}_p' + l_p' + \bar{l}_n'$ réel. Evaluons $\langle T_0 \rangle T_{\tau p'}$ pour obtenir la distribution angulaire σ_R ,

$$T_{\tau p'} = \frac{1}{3} (4\pi)^3 y_{dm}^2 V_0^2 U_0^2 \langle H \rangle_{0JA \frac{1}{2}} \frac{\hat{I}_B^2}{\hat{I}_A^2} \sum (-)^{2I_A + l_p + l_p'} \hat{j}^2 \hat{l}_p^2 \hat{l}_p'^2 \hat{l}_p^2 \hat{l}_p'^2 \hat{l}_n^2 \hat{l}_n'^2 \hat{t}^2$$

$$D_{\bar{l}_n 0 \bar{l}_n} D_{\bar{l}_n' 0 \bar{l}_n'}^* C_{\bar{l}_n l_p l_p'} C_{\bar{l}_n' l_p' \bar{l}_p'}^* i^{\bar{l}_p + \bar{l}_n + l_p} A_{J l_p' 1}$$

$$i^{\bar{l}_p' + \bar{l}_n' + l_p'} \begin{pmatrix} \bar{l}_p & \bar{l}_n & l_p \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} \bar{l}_p' & \bar{l}_n' & l_p' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} l_p & l_p' & t \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 P_t(\cos \theta)$$

(III₂₀)

Si nous remarquons que $A_{J l_p' 1} = \frac{1}{2} [J(J+1) - l_p'(l_p'+1) - 2]$ n'est pas autre chose que le "6 j" $\begin{Bmatrix} J & 1 & l_p' \\ 1 & l_p' & 1 \end{Bmatrix}$ à un coefficient près, nous obtiendrons :

$$\sum_J J^2 A_{J l_p' 1} = \sqrt{3 l_p' (2 l_p' + 1) (2 l_p' + 2)} \sum_J (-)^{J + l_p' + 1} J^2 \begin{Bmatrix} J & 1 & l_p' \\ 1 & l_p' & 1 \end{Bmatrix} = 0$$

d'après la relation de RACAH-ELLIOTT.

Autrement dit : $T_{\tau p'} = 0$ et $\sigma_{R_1} = 0$

On peut essayer de retrouver directement cette propriété. En effet :

$$\sigma(\theta) \propto T_r I I^\dagger$$

Ecrivons I sous forme :

$$I = I_0 + \lambda I_1$$

I_0 ne dépendant pas du spin par l'interaction mise en jeu.

I_1 dépendant du spin par l'interaction $\vec{L} \cdot \vec{S}$.

On obtient donc :

$$\begin{aligned} \sigma(\theta) &\propto T_r (I_0 + \lambda I_1)(I_0 + \lambda I_1)^* \\ &= T_r |I_0|^2 + 2\lambda \operatorname{Re} T_r I_0 I_1^* + \lambda^2 T_r |I_1|^2 \end{aligned}$$

Evaluons le deuxième terme dans une représentation où $\vec{L} \cdot \vec{S}$ est diagonale c'est à dire, la représentation du moment cinétique total :

$$\begin{matrix} J^2 & L^2 & S^2 \\ & & J_z \end{matrix}$$

avec :

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

Pour une valeur de J donnée :

$$T_r I_0 I_1^* = \sum_{M_J M_J', p, d} \langle M_J, p | V_0 f(\vec{r}) | M_J', d \rangle \langle d, M_J' | V_0 f(\vec{r}) \vec{L} \cdot \vec{S} | p, M_J \rangle$$

mais $\vec{L} \cdot \vec{S} V_0 f(\vec{r})$ est diagonal dans cette représentation, on pourra écrire

$$\begin{aligned} \langle M_J', d | V_0 f(\vec{r}) \vec{L} \cdot \vec{S} | M_J, p \rangle &= \langle M_J', d | V_0 f(\vec{r}) \frac{J^2 - L^2 - S^2}{2} | M_J, p \rangle \\ &= \langle M_J', d | V_0 f(\vec{r}) \frac{J(J+1) - L(L+1) - S(S+1)}{2} | M_J, p \rangle \\ &= \langle d | V_0 f(\vec{r}) | p \rangle \frac{1}{2} \{ J(J+1) - L(L+1) - S(S+1) \} \delta_{M_J M_J'} \end{aligned}$$

V_0 est aussi diagonal dans cette représentation puisque V_0 n'agit pas sur le spin. Il reste donc :

$$\begin{aligned} T_r I_0 I_1^* &= \sum_{M_J, p, d} \langle p | V_0 f(\vec{r}) | d \rangle \frac{1}{2} \{ J(J+1) - L(L+1) - S(S+1) \} \langle d | V_0 f(\vec{r}) | p \rangle \\ &= \sum_{p, d} \langle p | V_0 f(\vec{r}) | d \rangle A_{JLS} \langle d | V_0 f(\vec{r}) | p \rangle \sum_{M_J} 1 \\ &= \sum_{p, d} \langle p | V_0 f(\vec{r}) | d \rangle \hat{J}^2 A_{JLS} \langle d | V_0 f(\vec{r}) | p \rangle \end{aligned}$$

Si on somme maintenant sur tous les J possibles, on retrouve

$$\sum_J \hat{J}^2 A_{JLS} = \sum_J (-)^{J+L+S} \hat{J}^2 \begin{Bmatrix} J & L & S \\ 1 & 1 & 1 \end{Bmatrix} \frac{1}{4} \sqrt{2L(2L+1)(2L+2)(2S+2)(2S+1)2S}$$

qui est identiquement nul. Il en sera donc de même des termes rectangles.

La contribution à la distribution angulaire des termes rectangles de couplage est donc nulle. Il faut remarquer toutefois que lorsque dans la théorie

générale on écrit : $\langle T_R^T \rangle T_{2p}' = \sum \dots I(\mu_p \mu_d M_B M_A) I^*(\mu_p' \mu_d' M_B' M_A')$

c'est l'amplitude de transition totale $I = I_D + \lambda I_{Dc} + \mu (I_c + \lambda I_{cc})$

qui intervient (On appellera $I_c + \lambda I_{cc}$ l'amplitude de transition complémentaire).

On obtient donc en fait : $P_x \sigma_T = P_1 + P_2 + \dots \quad \sigma_T$

étant la somme de toutes les contributions à la distribution angulaire :

$$\sigma_T = \sigma_D + \lambda \sigma_{R_1} + \lambda^2 \sigma_{Dc} + \mu \sigma_R + \mu^2 \sigma_c + \lambda \mu \sigma_{Rc} + \lambda^2 \mu^2 \sigma_{cc}$$

Nous calculerons ensuite la polarisation due au terme rectangle de couplage en évaluant la valeur moyenne du tenseur $\langle T^{10} \rangle$ et en remarquant que

$$\langle T_1^0 \rangle = -\frac{1}{\sqrt{2}} P_x$$

$$\begin{aligned} P_1 T_{2p}' &= -\frac{\sqrt{2}}{9} (4\pi)^4 Y_{dm}^2 V_0^2 U_0^2 \frac{\hat{I}_D^2}{\hat{I}_A^2} (-)^{I_A} \sum_{J \ell_p \ell_p' t \bar{\ell}_n} (-)^{J+\ell_p'} \hat{J}^2 \hat{\ell}_p^2 \hat{\ell}_p'^2 \hat{\ell}_p^2 \\ &\quad \hat{\ell}_p'^2 \hat{\ell}_n^2 \hat{\ell}_n'^2 \hat{t} \hat{t}' \quad D_{\bar{\ell}_n 0 \bar{\ell}_n} \quad D_{\bar{\ell}_n' 0 \bar{\ell}_n}^* \quad C_{\bar{\ell}_n \ell_p \bar{\ell}_p} \quad \bar{\ell}_p \bar{\ell}_p' t \bar{\ell}_n' \quad C_{\bar{\ell}_n' \ell_p' \bar{\ell}_p}^* \\ &\quad A_{J \ell_p' 1} \quad i^{\bar{\ell}_p + \bar{\ell}_n + \ell_p + \bar{\ell}_p' + \bar{\ell}_n' + \ell_p'} \quad \begin{pmatrix} \bar{\ell}_p & \bar{\ell}_n & \ell_p \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} \bar{\ell}_p' & \bar{\ell}_n & \ell_p' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \\ &\quad \begin{pmatrix} \ell_p & \ell_p' & t \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_p & \ell_p' & t' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \ell_p' & \ell_p' & 1 \\ 1 & 1 & J \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ell_p' & \ell_p' & 1 \\ t' & t & \ell_p \end{Bmatrix} \\ &\quad \sum_{\tau} \begin{pmatrix} t & t' & 1 \\ \tau & \tau & 0 \end{pmatrix} Y_{t\tau}(\Omega_{\ell_p}) Y_{t'\tau}(\Omega_{\ell_p'}) \end{aligned}$$

(III₂₁)

Calcul des termes de couplage pur P_5 et σ_{DC}

Nous n'exposerons pas le calcul complet de ces termes, calcul qui fait usage des mêmes techniques que celles qui sont exposées dans le calcul de P_I et σ_{R_1} . Il faut noter toutefois que les expressions de σ_{DC} et P_5 nécessitent des sommations sur un nombre d'indice deux fois plus grand que pour σ_{R_1} et P_I . L'utilisation pratique de ces termes est donc plus difficile. Remarquons également que contrairement au terme rectangle de couplage σ_{R_1} le terme σ_{DC} n'est pas nul car il intervient $\sum_j (-)^j j^2 A_{j l_p 1}$ $\left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ j & j_p & l_p \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} j & j' & t \\ l_p & l_p & 1 \end{matrix} \right\}$ qui est différent du zéro. Il faut pourtant noter que ce terme sera en d^2 donc petit vis à vis du terme direct. Les résultats obtenus pour σ_{DC} et P_5 sont :

$$\sigma_{DC} = \frac{1}{4} \frac{V_d}{V_d} (4\pi)^3 V_0^2 \mathcal{G}_{dm}^2 U_0^2 \frac{I_0^2}{I_A^2} \sum_{j, j', l_p, l_p'} (-)^{j-j'+j_p+j_p'+l_p+l_p'} A_{j l_p 1} A_{j' l_p' 1} \hat{j}_2 \hat{j}_2' \hat{l}_p \hat{l}_p' \hat{l}_n \hat{l}_n' \hat{j}_p \hat{j}_p' \hat{t} \hat{t}' \bar{l}_p \bar{l}_p' \bar{l}_n \bar{l}_n' \bar{j}_p \bar{j}_p' \bar{t} \bar{t}' \left(\begin{matrix} \bar{l}_p & \bar{l}_n & l_p \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right)^2 \left(\begin{matrix} \bar{l}_p' & \bar{l}_n' & l_p' \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right)^2 \left(\begin{matrix} l_p & l_p' & t \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right)^2 \left(\begin{matrix} l_p & l_p' & t' \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right)^2 D_{\bar{l}_n 0 \bar{l}_n}^* D_{\bar{l}_n 0 \bar{l}_n}^* C_{\bar{l}_n l_p \bar{l}_p}^* C_{\bar{l}_n l_p' \bar{l}_p'}^* \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ j & j_p & l_p \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ j' & j_p' & l_p' \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} j & j' & t \\ l_p & l_p & 1 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} j' & j' & t' \\ l_p & l_p & 1 \end{matrix} \right\} P_t(\cos \theta)$$

(III₂₂)

$$P_5 T_{\pi} \mathcal{G}' = \frac{3}{2\sqrt{2}} (4\pi)^4 V_0^2 \mathcal{G}_{dm}^2 U_0^2 \frac{I_0^2}{I_A^2} \mathcal{H}_{0T_A \frac{1}{2}}^2 \sum_{j, j', d, t, t'} (-)^{j-j'+d+t+t'+l_p+l_p'} \hat{j}_2 \hat{j}_2' \hat{l}_p \hat{l}_p' \hat{l}_p^2 \hat{l}_p'^2 \hat{l}_p^2 \hat{l}_p'^2 \hat{l}_n \hat{l}_n' \hat{j}_p \hat{j}_p' \hat{d} \hat{d}' \hat{t} \hat{t}' D_{\bar{l}_n 0 \bar{l}_n}^* D_{\bar{l}_n 0 \bar{l}_n}^* C_{l_n l_p \bar{l}_p}^* C_{l_n l_p' \bar{l}_p'}^* A_{j l_p 1} A_{j' l_p' 1} i \bar{l}_p + \bar{l}_n + l_p - l_p' - \bar{l}_n - \bar{l}_p' \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ j & j_p & l_p \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ j' & j_p' & l_p' \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} j & j' & t' \\ l_p & l_p & 1 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} j & j' & t' \\ l_p & j_p & \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} l_p & j_p & d \\ t' & \frac{1}{2} & j_p \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} & t & d \\ l_p & j_p & l_p \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ t' & t & d \end{matrix} \right\} \left(\begin{matrix} \bar{l}_p & \bar{l}_n & l_p \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right)^2 \left(\begin{matrix} \bar{l}_p' & \bar{l}_n' & l_p' \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right)^2 \left(\begin{matrix} l_p & l_p' & t \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} l_p & l_p' & t' \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right) \sum_c (t t' \frac{1}{2}) Y_{t c}(\Omega_{k_p}) Y_{t' c}(\Omega_{k_d})$$

(III₂₃)

CHAPITRE IV

CALCUL DU TERME D'INTERACTION COMPLÉMENTAIRE LIÉ A V_{N_1P}

I/ Calcul des amplitudes de transition -

- a) Sans couplage $\vec{L} \cdot \vec{S}$.
- b) Avec couplage $\vec{L} \cdot \vec{S}$.

2/ Calcul de $\sigma(\theta)$ et P_z -

- a) Terme complémentaire.
- b) Terme rectangle complémentaire avec couplage.
- c) Terme complémentaire de couplage pur.

CALCUL DU TERME D'INTERACTION COMPLEMENTAIRE LIÉ A $V_{n_1 p}$

Nous suivrons dans ce chapitre le même plan que celui qui nous a guidé dans le chapitre précédent, c'est à dire, calcul des amplitudes de transition complémentaire avec et sans couplage, puis calcul des distributions angulaires et des polarisations.

L'amplitude de transition complémentaire I_c est de forme

$$I_{CN_1} = V_0 \int \Psi_p^* (\vec{k}_p \vec{r}_p s_p) \chi_{IB M_B}^* (\xi \vec{r}_N \vec{r}_N s_N s_{N_1}) \left\{ (1 + d \vec{L}_1 \cdot \vec{S}_1) f(|\vec{r}_p - \vec{r}_{N_1}|) \right. \\ \left. \Psi_d (\vec{k}_d \vec{r}_p \vec{r}_N s_p s_N) \chi_{IAM_A} (\xi \vec{r}_N s_{N_1}) d\tau \right.$$

Nous intégrons sur ξ et développons Ψ_p et Ψ_d en harmoniques sphériques

$$I_{CN_1} = (4\pi)^3 \sqrt{3} V_0 \hat{H}_{Ic j j_1}^* \hat{I}_B \hat{I}_A^2 \hat{j} \hat{j}_1^2 (-)^{I_A - j - 2j_1 + 2I_c + 2n - \frac{3}{2}} \sum (-)^{M_B + 2M_A + \mu} \\ (-)^{\mu_1 + \bar{\mu}_1 + \mu_d} Y_{\ell_p m_p}(\Omega_{\vec{k}_p}) Y_{\ell_p \bar{m}_p}^*(\Omega_{\vec{k}_d}) Y_{\ell_n \bar{m}_n}^*(\Omega_{\vec{k}_d}) i^{\ell_p + \ell_n - \ell_p} \begin{matrix} M_A M_C m_n m_1 \mu_1 \\ \mu_n \mu_{n_1} \bar{\mu}_C \bar{\mu}_1 \bar{\mu}_{n_1} \bar{\mu}_d \\ \ell_p \ell_p \ell_n \bar{\ell}_p m_p \bar{m}_p \bar{m}_n \bar{j}_n \end{matrix} \\ u_{\ell_n m_n}^* (K_B \vec{r}_N) u_{\ell_1 m_1}^* (K_N^B \vec{r}_{N_1}) f_{\ell_p m_p}^* (\vec{k}_p \vec{r}_p) f_{\ell_n \bar{m}_n} (\vec{k}_d \vec{r}_N) \begin{pmatrix} I_A & j & I_B \\ M_A & \mu & M_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_c & j_1 & I_A \\ M_C & \mu_1 & M_A \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} I_c & j_1 & I_A \\ \bar{M}_C & \bar{\mu}_1 & \bar{M}_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_n & \frac{1}{2} & j \\ m_n & \mu_n & \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 & \frac{1}{2} & j_1 \\ m_1 & \mu_{n_1} & \mu_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 & \frac{1}{2} & j_1 \\ \bar{m}_1 & \bar{\mu}_{n_1} & \bar{\mu}_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \bar{\mu}_p & \bar{\mu}_n & \mu_d \end{pmatrix} \\ < \frac{1}{2} \mu_n \frac{1}{2} \mu_{n_1} \frac{1}{2} \mu_p | 1 + d \vec{L}_1 \cdot \vec{S}_1 | \frac{1}{2} \bar{\mu}_p \frac{1}{2} \bar{\mu}_n \frac{1}{2} \bar{\mu}_{n_1} > u_{\ell_1 \bar{m}_1} (K_N^A \vec{r}_{N_1}) f_{\ell_p \bar{m}_p} (\vec{k}_d \vec{r}_p) \\ (IV_1)$$

Nous séparons en deux termes cette expression, un terme dit complémentaire pour I_C et un terme complémentaire avec couplage I_{CC}

$$I_{CM_1} = I_C + \lambda \cdot I_{CC}$$

Etude du terme complémentaire sans couplage I_C -

L'orthogonalité des fonctions d'onde de spin introduit les symboles de KRONECKER $\delta_{\mu\mu'} \delta_{\mu\mu'} \delta_{\mu\mu'} \delta_{\mu\mu'}$. En introduisant une S.D.M. et en développant le potentiel de Yukawa, nous pourrions intégrer sur les variables angulaires et les variables radiales. Il s'introduit alors deux nouveaux paramètres :

$$F_{l_1 t} = \int_{R_0}^{\infty} j_t \left(\frac{r}{a} \right) u_{l_1}^*(K_B r_N) u_{l_1}(K_A r_N) r_N^2 dr_N$$

$$P_{l_1 n} = \int_{R_0}^{\infty} j_{l_1} \left(\frac{r}{2} \right) u_{l_1}^*(K_B r_N) r_N^2 dr_N \quad (IV_2)$$

Pour simplifier la suite des calculs, utilisons le fait que les noyaux cibles choisis ont les couches internes complètes c'est à dire que $I_C = 0$. Nous pouvons alors expliciter les "3 j" $\begin{pmatrix} I_C & j_1 & I_A \\ M_C & \mu_1 & M_A \end{pmatrix}$. Nous sommerons sur μ_{N_1} , puis sur m_1 , et regrouperons les γ_{em} . Il vient alors :

$$I_C = -\sqrt{3} V_0 (4\pi)^{5/2} \rho_{dm} \hat{H}_{01p}^* \hat{I}_B \hat{I}_A \hat{j}(-) \sum (-)^{\mu+\mu_d+m_p} \hat{l}_p \hat{l}_p' \hat{l}_1 \hat{l}_1' \hat{l}_2 \hat{l}_2' F_{l_1 t} P_{l_1 n} C_{l_p l_p'} i^{\hat{l}_p + \hat{l}_n - \hat{l}_p + 1} \gamma_{l_p m_p}(R_{k_p}) \begin{pmatrix} m_n \mu_n \tau \mu_{m_p} \\ l_p l_p' l_n t' \end{pmatrix} \gamma_{t \tau'} \left(\begin{matrix} l_1 l_1 t \\ 0 0 0 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} l_p l_p t \\ 0 0 0 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} l_p l_n t' \\ 0 0 0 \end{matrix} \right) \left\{ \begin{matrix} I_A I_A t \\ l_1 l_1 \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \begin{pmatrix} I_A j I_B \\ M_A \mu - M_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_A I_A t \\ M_A - M_A 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_n \frac{1}{2} j \\ m_n \mu_n - \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 \\ \mu_p \mu_n - \mu_d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_p l_p t \\ -m_p m_p 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_p l_n t' \\ m_p m_n \tau' \end{pmatrix} \quad (IV_3)$$

Etude du cas test $\ell_1 = 0, \ell_n = 0$

Dans ce cas

$$\left\{ \begin{matrix} I_A I_A t \\ \ell_1 \ell_1 \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} I_A I_A t \\ 0 \ 0 \ \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} = \delta_{I_A \frac{1}{2}} \delta_{t_0} (-)^{2I_A} \frac{1}{I_A}$$

$$\left(\begin{matrix} \ell_n \frac{1}{2} j \\ m_n \mu_n - \mu \end{matrix} \right) = (-)^{\frac{1}{2} - \mu_n} \frac{1}{\sqrt{2}} \delta_{j \frac{1}{2}} \delta_{\mu_n \mu}$$

$$\left(\begin{matrix} \ell_p \ell_n t' \\ m_p m_n z' \end{matrix} \right) = (-)^{\ell_p - m_p} \frac{1}{\sqrt{\ell_p}} \delta_{t' \ell_p} \delta_{m_p - z'}$$

L'amplitude de transition prend la forme :

$$\begin{aligned} I_c(\mu_p \mu_d M_B M_A) &= \sqrt{3} V_0 \varphi_{dm} (4\pi)^{5/2} (\mathcal{H})_{0 \frac{1}{2} \frac{1}{2}}^* \hat{I}_B \sum_{m_p \ell_p} (-)^{M_B + \mu_d + \frac{1}{2}} \\ &\quad Y_{\ell_p - m_p}^*(\Omega_{k_p}) Y_{\ell_p - m_p}(\Omega_{k_d}) C_{0 \ell_p \ell_p} F_{00} \mathcal{Q}_0 \\ &\quad \left(\begin{matrix} \frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ 1 \\ \mu_p \ \mu_n - \mu_d \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} \frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ I_B \\ M_A \ \mu_n - M_B \end{matrix} \right) \end{aligned}$$

(IV₄)

Nous allons très rapidement retrouver le fait que $P_Z = 0$ et calculer la distribution angulaire $\varphi_c(\theta)$

$$\begin{aligned} \langle T_R^0 \rangle T_{z'} &= V_0^2 (4\pi)^5 \varphi_{dm}^2 (\mathcal{H})_{0 \frac{1}{2} \frac{1}{2}}^2 \frac{\hat{I}_B^2}{I_A} \sum (-)^{\frac{1}{2} + \mu_p} Y_{\ell_p - m_p}^*(\Omega_{k_p}) Y_{\ell_p - m_p'}(\Omega_{k_p}) \\ &\quad Y_{\ell_p m_p}(\Omega_{k_d}) Y_{\ell_p - m_p'}^*(\Omega_{k_d}) \hat{R} C_{0 \ell_p \ell_p} C_{0 \ell_p \ell_p}^* |F_{00}|^2 |\mathcal{Q}_0|^2 \\ &\quad \left(\begin{matrix} \frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ R \\ \mu_p - \mu_{p0} \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} \frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ I_B \\ M_A \ \mu_n - M_B \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} \frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ I_B \\ M_A \ \mu_n - M_B \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} \frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ 1 \\ \mu_p \ \mu_n - \mu_d \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} \frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ 1 \\ \mu_p \ \mu_n - \mu_d \end{matrix} \right) \end{aligned}$$

On somme sur M_B et M_A puis sur μ_d et μ_n . Il reste alors

$$\sum_{\mu_p} (-)^{\mu_p} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & R \\ \mu_p - \mu_p & 0 & \end{pmatrix} = (-)^{-\frac{1}{2}} \sqrt{2} \delta_{R,0}$$

et

$$\frac{P}{Z} \equiv 0$$

Le calcul de $\sigma_c(\theta)$ est alors facile et donne :

$$\sigma_c(\theta) = \frac{1}{2} V_0^2 (4\pi)^3 \frac{v_d}{v_p} \varphi_{dm}^2 \left(H_0^2 \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{I_B^2}{I_A^2} \right) |R_0|^2 |F_{00}|^2 \sum_{\ell_p \ell_p' t} \ell_p^2 \ell_p'^2 t^2 C_{\ell_p \ell_p} C_{\ell_p' \ell_p'}^* \begin{pmatrix} \ell_p & \ell_p' & t \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 P_t(\cos \theta)$$

(IV₅)

Etude du terme complémentaire de couplage I_{CC} -

Le calcul de I_{CC} est identique à celui de I_{DC} nous n'en n' exposerons donc que les grandes lignes :

$$I_{CC} = \sqrt{3} V_0 (4\pi)^3 \Theta_{I,j_1,j}^* (-)^{I_A - j - 2j_1 + 2I_C + \ell_n - 3/2} \sum_{\mu_B + 2M_A + \mu + \mu_1 + \mu_1' + \mu_d} (-)^{i \ell_p + \ell_n - \ell_p} \begin{matrix} M_A M_C m_n m_s \mu \mu_1 \mu_n \mu_n' \ell_p \ell_p' \ell_n \\ \mu_C \mu_1' \mu_1 \mu_n' m_p m_p' m_n \mu_p \mu_n' \end{matrix} Y_{\ell_p \mu_p}^* \left(R_{\frac{k_d}{2}} \right) Y_{\ell_n \mu_n}^* \left(R_{\frac{k_d}{2}} \right) Y_{\ell_p \mu_p} \left(R_{\frac{k_d}{2}} \right) u_{\ell_n}^* (K_B r_n) u_{\ell_p}^* (K_B r_n) u_{\ell_1} (K_B r_n) u_{\ell_1} (K_B r_n) j_{\ell_p} \left(\frac{k_d}{2} r_p \right) j_{\ell_p} \left(\frac{k_d}{2} r_p \right) j_{\ell_n} \left(\frac{k_d}{2} r_n \right) \delta_{m_n \mu_n} \delta_{\mu_n \mu_n'} \delta_{\ell_n \ell_n'} \begin{pmatrix} I_A j I_B \\ M_A \mu - M_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_C j_1 I_A \\ \mu_C \mu_1 - M_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_C j_1 I_A \\ \mu_C \mu_1 - M_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_n \frac{1}{2} j \\ m_n \mu_n - \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 \frac{1}{2} j_1 \\ m_1 \mu_1 - \mu_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 \frac{1}{2} j_1 \\ \mu_1 \mu_1' - \mu_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 \\ \mu_p \mu_n - \mu_d \end{pmatrix} \langle \frac{1}{2} \mu_n \frac{1}{2} \mu_p \ell_p m_p \ell_1 m_1 \ell_p \ell_n \mid \vec{L}_1 \cdot \vec{S}_1 \mid \frac{1}{2} \mu_p \frac{1}{2} \mu_n \ell_p m_p \ell_1 m_1 \ell_p \ell_n \rangle$$

(IV₆)

Opérons un changement de base qui diagonalise $\vec{L}_1 \cdot \vec{S}_1$. Nous passons dans la base propre commune à $J_1^2 L_1^2 S_1^2 J_{1Z}$ avec :

$$\begin{aligned}\vec{J}_1 &= \vec{L}_1 + \vec{S}_1 \\ \vec{L}_1 &= \vec{\ell}_1 + \vec{\ell}_p \\ \vec{S}_1 &= \vec{S}_{n_1} + \vec{S}_p\end{aligned}$$

Posant :

$$A_{J_1 L_1 S_1} = \frac{1}{2} \left[J_1(J_1+1) - L_1(L_1+1) - S_1(S_1+1) \right] \delta_{J_1 J_1} \delta_{L_1 L_1} \delta_{S_1 S_1} \delta_{M_1 M_1}$$

Nous trouvons ici aussi que $A_{J_1 L_1 S_1}$ n'est différent de 0 qu'avec les conditions :

$$\left[\begin{array}{cc} S_1 & = & 1 \\ L_1 & \neq & 0 \end{array} \right]$$

On effectue les intégrations sur r_N, r_{N_1}, r_p et les resommations des "3 j" sur $\mu_{n_1}, m_1, \sigma_1, M_1$ faisant apparaître un "9 j". Tous calculs faits l'amplitude I_{CC} aura pour expression :

$$\begin{aligned}I_{CC}(\mu_p, \mu_d, M_B, M_A) &= -3\sqrt{3} V_0 (4\pi)^{5/2} \hat{H}_{0T_A j}^* (-)^{L_n - I_A - j - \frac{1}{2}} \hat{I}_B \hat{I}_A^2 \hat{j} \mathcal{Y}_{dm} \\ &\quad \mathcal{Q}_{L_n} \sum (-)^{M_B + \mu + \mu_d + m'_1 + m'_1} \frac{1}{t^4} \frac{1}{\hat{J}_1^4} \frac{1}{\hat{L}_1^4} \frac{1}{\hat{J}_{p1}^2} \frac{1}{\hat{J}_{p1}^2} \gamma_{\ell_p m_p}(\ell_{kp}) \gamma_{d\delta}(\ell_{kd}) i^{\bar{\ell}_p + \ell_n - \ell_p} \\ &\quad A_{J_1 L_1 S_1} F_{\ell_1 t} C_{\ell_p \bar{\ell}_p} \begin{pmatrix} \ell_1 \ell_1 t \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_p \bar{\ell}_p t \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\ell}_p \ell_n d \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} I_A & J_1 & J_{p1} \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} I_A & J_1 & \bar{J}_{p1} \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \\ &\quad \begin{pmatrix} \ell_p \bar{\ell}_p t \\ -m'_p \bar{m}'_p - \tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 \ell_1 t \\ \bar{m}'_1 - m'_1 - \tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\ell}_p \ell_n d \\ \bar{m}_p m_n \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_A & j & I_B \\ \ell_1 & L_1 & \ell_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_n & \frac{1}{2} & j \\ m_n & \mu_n - \mu \end{pmatrix} \\ &\quad \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 \right) \begin{pmatrix} I_A & J_1 & J_{p1} \\ -M_A & M_{J_1} & M_{J_{p1}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_A & J_1 & \bar{J}_{p1} \\ -M_A & M_{J_1} & M_{J_{p1}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_{p1} & \frac{1}{2} & \ell_p \\ M_{J_{p1}} & \mu_p & m_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{J}_{p1} & \frac{1}{2} & \bar{\ell}_p \\ M_{J_{p1}} & \bar{\mu}_p & \bar{m}_p \end{pmatrix} \\ &\quad \begin{pmatrix} L_1 & 1 & J_1 \\ M_1 & \sigma_1 - M_{J_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_1 & 1 & J_1 \\ M_1 & \sigma_1 - M_{J_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_p \ell_1 L_1 \\ m'_p m'_1 - M_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\ell}_p \bar{\ell}_1 L_1 \\ \bar{m}'_p \bar{m}'_1 - M_1 \end{pmatrix} \quad (IV_7)\end{aligned}$$

Cette expression se simplifie beaucoup dans le cas test.

Etude du cas test $l_n = 0, l_I = 0$ -

Les "9 j" se transforment "6 j" et plusieurs "3 j" sont calculables numériquement. Il vient :

$$I_{cc}(\mu_p \mu_d M_B M_A) = -3\sqrt{3} V_0 (4\pi)^{5/2} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{0 \frac{1}{2} \frac{1}{2}}^* Y_{dm} R_0 F_{00} \sum (-)^{M_B + \mu_d + J_{p1} + \bar{J}_{p1} + \frac{1}{2}} \\ \hat{I}_B \hat{J}_1^2 \hat{l}_p \hat{J}_{p1}^2 \hat{J}_{p1}^2 A_{J_1 l_p 1} C_{0 l_p l_p} Y_{l_p m_p}(\Omega_{k_p}) Y_{l_p \bar{m}_p}^*(\Omega_{k_d}) \\ \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ J_1 & J_{p1} & l_p \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ J_1 & \bar{J}_{p1} & l_p \end{matrix} \right\} \left(\begin{matrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & I_B \\ M_A & \mu_n & -M_B \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \mu_p & \mu_n & -\mu_d \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} \frac{1}{2} & J_1 & J_{p1} \\ -M_A & M_{J_1} & M_{J_{p1}} \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} \frac{1}{2} & J_1 & \bar{J}_{p1} \\ -M_A & M_{J_1} & M_{J_{p1}} \end{matrix} \right) \\ \left(\begin{matrix} J_{p1} & \frac{1}{2} & l_p \\ M_{J_{p1}} & \mu_p & m_p \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} J_{p1} & \frac{1}{2} & l_p \\ M_{J_{p1}} & \bar{\mu}_p & \bar{m}_p \end{matrix} \right)$$

(IV₈)

L'amplitude de transition complémentaire est $I_C + \lambda I_{CC}$. Il y a donc trois termes de distribution angulaire et polarisation dus à $|I_C|^2$, $|I_{CC}|^2$ et $2 R_e I_C I_{CC}^*$.

- Le terme complémentaire pur $|I_C|^2$ donne $P_Z = 0$ et $\sigma_c(\theta)$
- Le terme rectangle de couplage $2 R_e I_C I_{CC}^*$ donne P_4 et $\sigma_{RC}(\theta)$
- Le terme complémentaire de couplage $|I_{CC}|^2$ donne P_7 et $\sigma_{cc}(\theta)$

Calcul des termes rectangles P_4 et $\sigma_{RC}(\theta)$ -

$$\langle T_R^0 \rangle T_{Rj'} = \frac{2}{3} R_e \sum_{\mu_p \mu_d M_{J_1} M_{J_{p1}}} (-)^{\frac{1}{2} + \mu_p} \frac{\hat{R}}{\hat{I}_A} I_C(\mu_p \mu_d M_B M_A) I_{CC}^*(\mu_p \mu_d M_A M_B)$$

En remplaçant I_C et I_{CC} par les formules (IV_4) et (IV_7) et omettant de réécrire 2 Re

$$\begin{aligned} \langle T_R^0 \rangle Tr J' &= \frac{3}{2} R_e V_0^2 Y_{dm}^2 (4\pi)^5 \hat{H}_{0\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^2 \hat{I}_B^2 |R_0|^2 |F_{00}|^2 \sum (-)^{J_{p1} + \bar{J}_{p1} + \frac{1}{2} + \mu_p} \\ &\hat{L}_p \hat{J}_1^2 \hat{J}_{p1}^2 \hat{J}_{p1}^2 \hat{R} A_{J_1 L' p 1} C_{0 L_p L_p} C_{0 L'_p L'_p}^* \left\{ \frac{1}{2} \ 1 \ \frac{1}{2} \right\} \left\{ \frac{1}{2} \ 1 \ \frac{1}{2} \right\} Y_{L_p - m_p}^* (R_{L_p}) \\ &Y_{L'_p m'_p}^* (R_{L'_p}) Y_{L_p - m_p} (R_{\frac{kd}{2}}) Y_{L'_p m'_p} (R_{\frac{kd}{2}}) \left(\frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ 1 \right) \left(\frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ R \right) \left(\frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ I_B \right) \\ &\left(\frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ I_B \right) \left(\frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ 1 \right) \left(\frac{1}{2} \ J_1 \ J_{p1} \right) \left(\frac{1}{2} \ J_1 \ \bar{J}_{p1} \right) \left(J_{p1} \ \frac{1}{2} \ L'_p \right) \left(\bar{J}_{p1} \ \frac{1}{2} \ L'_p \right) \\ &\left(M_A \ \mu_n - M_B \right) \left(\mu_p \ \mu_n - \mu_d \right) \left(-M_B \ M_{J_1} \ M_{J_{p1}} \right) \left(-M_A \ M_{J_1} \ M_{J_{p1}} \right) \left(M_{J_{p1}} \ \mu_p \ m'_p \right) \left(M_{J_{p1}} \ \mu_p \ m'_p \right) \end{aligned}$$

(IV 9)

En réarrangeant les "3 j" et sommant sur les moment magnétiques on obtient :

$$\begin{aligned} \langle T_R^0 \rangle Tr J' &= -\frac{1}{4} (4\pi)^4 V_0^2 Y_{dm}^2 \hat{H}_{0\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^2 \hat{I}_B^2 |R_0|^2 |F_{00}|^2 R_e \sum (-)^{J_{p1} + \frac{1}{2}} \\ &(-)^{L_p + L'_p - t} A_{J_1 L' p 1} C_{0 L_p L_p} C_{0 L'_p L'_p}^* \left\{ \frac{1}{2} \ 1 \ \frac{1}{2} \right\} \left\{ \frac{1}{2} \ 1 \ \frac{1}{2} \right\} \left\{ \frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ R \right\} \\ &\left\{ \frac{L'_p L'_p R}{t' t L_p} \right\} \left(\begin{matrix} L_p & L'_p & t \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} L_p & L'_p & t' \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right) \sum_t \left(\begin{matrix} t t' R \\ t - t' 0 \end{matrix} \right) Y_{t t} (R_{L_p}) Y_{t' - t} (R_{\frac{kd}{2}}) \end{aligned}$$

(IV 10)

Il est dès lors facile de tirer la distribution angulaire et la polarisation

$$\sigma_{RC} = \frac{1}{4} \frac{V_d}{V_p} (4\pi)^3 V_0^2 Y_{dm}^2 \mathbb{H}_{0\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^2 |R_0|^2 |F_{00}|^2 \mathcal{R}_e \sum_{l_p l_p' J_1 J_{p1} t} \hat{l}_p^2 \hat{l}_p'^2 \hat{J}_1^2 \hat{J}_{p1}^2 \hat{t}^2$$

$$A_{J_1 l_p' 1} C_{0 l_p l_p} C_{0 l_p' l_p'}^* \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ J_1 & J_{p1} & l_p' \end{matrix} \right\}^2 \begin{pmatrix} l_p' & l_p & t \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 P_t(\cos\theta)$$

Si nous remarquons que $\sum_{J_{p1}} \hat{J}_{p1}^2 \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ J_1 & J_{p1} & l_p' \end{matrix} \right\}^2 = \frac{1}{3}$ d'après les relations de RACAH-ELLIOTT, on pourra ensuite sommer sur J_1

$\sum_{J_1} \hat{J}_1^2 A_{J_1 l_p' 1} = 0$ comme nous l'avons montré dans le 3ème chapitre.

Ici encore les termes rectangles de couplage donnent une contribution nulle à la distribution angulaire mais une contribution à la polarisation que nous appellerons P_4 , évaluée par la formule suivante :

$$P_4 T_{\gamma\gamma'}' = -\frac{1}{4} (4\pi)^4 V_0^2 Y_{dm}^2 \mathbb{H}_{0\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^2 \hat{I}_B^2 |R_0|^2 |F_{00}|^2 \mathcal{R}_e \sum_{(-)} J_{p1} + \frac{1}{2} + l_p$$

$$\hat{l}_p^2 \hat{l}_p'^2 \hat{J}_1^2 \hat{J}_{p1}^2 \hat{t}^2 C_{0 l_p l_p} C_{0 l_p' l_p'}^* \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ J_1 & J_{p1} & l_p' \end{matrix} \right\}^2 \left\{ \begin{matrix} l_p' & l_p & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & J_{p1} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} l_p' & l_p & 1 \\ t' & t & l_p \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{pmatrix} l_p & l_p' & t \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_p & l_p' & t' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sum_{\tau} \begin{pmatrix} t & t' & 1 \\ \tau & -\tau & 0 \end{pmatrix} Y_{t\tau}(\theta_{R_p}) Y_{t'\tau}(\theta_{R_d})$$

Calcul des termes complémentaires de couplage P_7 et $\sigma_{CC}(\theta)$ -

En utilisant la formulation habituelle pour le calcul de $\langle T_R^0 \rangle T_{\psi'}$ et en remplaçant I_{CC} par sa valeur on obtient l'expression :

$$\begin{aligned} \langle T_R^0 \rangle T_{\psi'} &= 9 V_0^2 (4\pi)^5 \mathbb{H}_{0\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^2 |R_0|^2 |F_{00}|^2 g_{dm}^2 \frac{\hat{I}_B}{\hat{I}_A^2} \sum (-)^{2J_{P_1} + 2J_{P_1}'} \hat{R} \hat{l}_p \hat{l}_p' \\ &(-)^{2I_B + \frac{1}{2} + \mu_p} A_{J_1 l_p 1} A_{J_1' l_p' 1} C_{0 l_p l_p'} C_{0 l_p' l_p'}^* Y_{l_p m_p}(\Omega_{k_p}) Y_{l_p' m_p'}^*(\Omega_{k_p'}) \\ &Y_{l_p' m_p'}(\Omega_{k_d}) Y_{l_p m_p}^*(\Omega_{k_d}) \left\{ \frac{1}{2} \ 1 \ \frac{1}{2} \right\}_{J_1 J_{P_1} l_p}^2 \left\{ \frac{1}{2} \ 1 \ \frac{1}{2} \right\}_{J_1' J_{P_1}' l_p'}^2 \left(\frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ I_B \right)_{M_A \mu_n - M_B}^2 \\ &\left(\frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ 1 \right)_{\mu_p \mu_n - \mu_d}^2 \begin{pmatrix} J_{P_1} \ \frac{1}{2} \ l_p \\ M_{J_{P_1}} \ \mu_p \ m_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_{P_1}' \ \frac{1}{2} \ l_p' \\ M_{J_{P_1}'} \ \mu_p \ m_p' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_{P_1} \ \frac{1}{2} \ l_p \\ M_{J_{P_1}} \ \mu_p \ m_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_{P_1}' \ \frac{1}{2} \ l_p' \\ M_{J_{P_1}'} \ \mu_p \ m_p' \end{pmatrix} \left(\frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ R \right)_{\mu_p - \mu_p 0} \end{aligned}$$

(IV₁₂)

Il devient évident qu'on pourra sommer sur M_A , M_B puis sur $\mu_d \mu_n$. On groupera ensuite les harmoniques sphériques de même direction et on sommerá sur $M_{J_{P_1}}$ et $M_{J_{P_1}'}$ pour faire apparaître deux nouveaux "6 j". Ces transformations nous conduisent à écrire l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \langle T_R^0 \rangle T_{\psi'} &= \frac{9}{4} V_0^2 (4\pi)^4 \mathbb{H}_{0\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^2 |R_0|^2 |F_{00}|^2 \frac{\hat{I}_B}{\hat{I}_A^2} \sum (-)^{J_{P_1} + J_{P_1}' + 2I_B} \hat{R} \hat{J}_{P_1}^{\frac{1}{2}} \hat{J}_{P_1}'^{\frac{1}{2}} \\ &(-)^{d - d' + \delta} \hat{l}_p^3 \hat{l}_p'^3 \hat{t} \hat{t}' \hat{d} \hat{d}' \hat{J}_1^{\frac{1}{2}} \hat{J}_1'^{\frac{1}{2}} C_{0 l_p l_p'} C_{0 l_p' l_p'}^* \begin{pmatrix} l_p \ l_p' \ t \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_p \ l_p' \ t' \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \\ &A_{J_1 l_p 1} A_{J_1' l_p' 1} \left\{ \frac{1}{2} \ 1 \ \frac{1}{2} \right\}_{J_1 J_{P_1} l_p}^2 \left\{ \frac{1}{2} \ 1 \ \frac{1}{2} \right\}_{J_1' J_{P_1}' l_p'}^2 \left\{ \frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ d \right\}_{l_p \ l_p \ J_{P_1}} \left\{ \frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ d' \right\}_{l_p' \ l_p' \ J_{P_1}'} \\ &\left\{ \frac{d d' R}{\frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ \frac{1}{2}} \right\}_{t \tau} Y_{t \tau}^*(\Omega_{k_p}) Y_{t' \tau'}^*(\Omega_{k_d}) \begin{pmatrix} d d' R \\ \delta - \delta \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_p \ l_p' \ t \\ m_p - m_p' \tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_p \ l_p' \ t' \\ -m_p \ m_p' - \tau \end{pmatrix} \\ &\begin{pmatrix} d \ l_p \ l_p \\ \delta - m_p \ m_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d' \ l_p' \ l_p' \\ \delta - m_p' \ m_p' \end{pmatrix} \end{aligned}$$

(IV₁₃)

Nous sommes sur $\begin{pmatrix} l_p & l'_p \\ -p & -m_p \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} m'_p \\ \bar{m}_p \end{pmatrix}$ pour obtenir les "3 j" orthogonalisant ensuite ces clebschs, on s'affranchit des sommations sur les $m_p \bar{m}_p m'_p \bar{m}'_p$ (g d'd) , on somme sur ϵ pour obtenir un "3 j" $\begin{pmatrix} g & d'd \\ 0 & \delta-\delta \end{pmatrix}$ orthogonalisant ensuite avec $\begin{pmatrix} d & d'R \\ \delta-\delta & 0 \end{pmatrix}$ on obtient :

$$\begin{aligned} \langle \pi_R^0 \rangle \pi_{\epsilon f'} &= \frac{g}{4} V_0^2 (4\pi)^4 \mathbb{H}_{0\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^2 |R_0|^2 |F_0|^2 \varphi_{dm}^2 \frac{\hat{I}_B^2}{\hat{I}_A^2} \sum (-)^{J_{p_1}+J_{p_1'}} \\ &(-)^{2I_B-l_p-l'_p} \hat{J}_{p_1}^2 \hat{J}_{p_1'}^2 \hat{l}_p^3 \hat{l}'_p \hat{t} \hat{t}' \hat{d}^2 \hat{d}'^2 \hat{e}^2 \hat{J}_1^2 \hat{J}_1'^2 A_{J_1 l_p 1} A_{J_1' l'_p 1} \\ &C_{0 l_p l_p} C_{0 l'_p l'_p}^* \begin{pmatrix} l_p & l'_p & t \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_p & l'_p & t' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \left\{ \frac{1}{2} \ 1 \ \frac{1}{2} \right\}_{J_1 J_{p_1} l_p}^2 \left\{ \frac{1}{2} \ 1 \ \frac{1}{2} \right\}_{J_1' J_{p_1'} l'_p}^2 \\ &\left\{ \frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ d \right\}_{l_p l_p J_{p_1}} \left\{ \frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ d' \right\}_{l'_p l'_p J_{p_1'}} \left\{ \frac{d d' R}{\frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ \frac{1}{2}} \right\}_{l_p l'_p l_p} \left\{ \frac{t d e}{l_p l'_p l_p} \right\}_{l_p l'_p l_p} \left\{ \frac{t' d' e}{l'_p l_p l_p} \right\}_{l'_p l_p l_p} \left\{ \frac{t t' R}{d d' e} \right\} \\ &\sum_{\tau} \begin{pmatrix} t & t' & R \\ \tau & \tau & 0 \end{pmatrix} Y_{\tau\tau}(\Omega_{kp}) Y_{t'-\tau}(\Omega_{kd}) \end{aligned}$$

(IV₁₄)

Il devient alors très simple d'en tirer les valeurs de $\sigma_{cc}(\theta)$

et de P_7

$$\begin{aligned} \sigma_{cc}(\theta) &= \frac{g^2 V_0^2}{2} (4\pi)^3 \mathbb{H}_{0\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^2 \varphi_{dm}^2 |R_0|^2 |F_0|^2 \frac{\hat{I}_B^2}{\hat{I}_A^2} \sum (-)^{J_{p_1}+J_{p_1'}+2I_B} \\ &(-)^{e-l_p-l'_p} \hat{J}_{p_1}^2 \hat{J}_{p_1'}^2 \hat{J}_1^2 \hat{J}_1'^2 \hat{l}_p^3 \hat{l}'_p \hat{e}^2 A_{J_1 l_p 1} A_{J_1' l'_p 1} C_{0 l_p l_p} C_{0 l'_p l'_p}^* \\ &\begin{pmatrix} l_p & l'_p & t \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \left\{ \frac{1}{2} \ 1 \ \frac{1}{2} \right\}_{J_1 J_{p_1} l_p}^2 \left\{ \frac{1}{2} \ 1 \ \frac{1}{2} \right\}_{J_1' J_{p_1'} l'_p}^2 \left\{ \frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ d' \right\}_{l'_p l'_p J_{p_1'}} \left\{ \frac{t d e}{l_p l'_p l_p} \right\}_{l_p l'_p l_p}^2 P_t(\cos\theta) \end{aligned}$$

(IV₁₅)

Pour la polarisation, on obtient :

$$\begin{aligned}
 P_7 \pi_{\gamma'} = & - \frac{9\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} V_0^2 (4R)^4 \left(H_{0\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^2 \right) |Q_0|^2 |F_{00}|^2 \mathcal{L}_{dm}^2 \frac{\hat{I}_B^2}{\hat{I}_A^2} \sum_{\epsilon} (-)^{J_B + J_{p1} + 2J_B} \\
 & (-)^{\ell_p + \ell'_p} \hat{J}_1^2 \hat{J}_1'^2 \hat{J}_{p1}^2 \hat{J}_{p1}'^2 \hat{\ell}_p^3 \hat{\ell}_p'^3 \hat{t} \hat{t}' \hat{d}^2 \hat{d}'^2 \hat{e}^2 A_{J_1 \ell_p 1} A_{J_1' \ell'_p 1} \\
 & C_{0 \ell_p \ell_p} C_{0 \ell'_p \ell'_p}^* \left\{ \frac{1}{2} \frac{1}{J_1} \frac{1}{J_{p1}} \right\}^2 \left\{ \frac{1}{2} \frac{1}{J_1'} \frac{1}{J_{p1}'} \right\}^2 \left\{ \frac{1}{2} \frac{1}{\ell_p \ell_p} d \right\} \left\{ \frac{1}{2} \frac{1}{\ell'_p \ell'_p} d' \right\} \\
 & \left\{ \frac{d d' 1}{\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}} \right\} \left\{ \frac{t d e}{\ell_p \ell'_p \ell_p} \right\} \left\{ \frac{t' d' e}{\ell_p \ell'_p \ell_p} \right\} \left\{ \frac{t t' 1}{d d' e} \right\} \sum_{\tau} (t t' 1) Y_{t\tau}(\varrho_{k_p}) Y_{t'-\tau}(\varrho_{k_d})
 \end{aligned}$$

(IV₁₆)

CHAPITRE V

CALCUL DES TERMES LIÉS AU MÉLANGE DES INTERACTIONS $V_{NP} - V_{N,P}$

I/ Calcul de P_z et de $\nabla(\theta)$

- a) Pour le terme sans couplage $2 R_e I_D I_C^*$
- b) Pour le terme direct sans couplage, complémentaire
avec $2 R_e I_D I_{CC}^*$
- c) Pour le terme direct avec couplage, complémentaire
sans, $2 R_e I_{DC} I_C^*$
- d) Pour le terme direct avec couplage, complémentaire
avec couplage $2 R_e I_{DC} I_{CC}^*$

2/ Tableau récapitulatif des resultats trouvés.

CALCUL DES TERMES LIÉS AU MELANGE D'INTERACTION $V_{np} - V_{n_1p}$

L'amplitude de transition totale du problème considéré, c'est à dire avec interaction complémentaire et couplage spin-orbite, est la somme de quatre termes :

$$I = I_D + \lambda I_{Dc} + \mu (I_c + \lambda I_{cc})$$

Le coefficient λ est de l'ordre de 1/10 d'après SAWICKI (13) et μ sera déterminé par la distribution angulaire. En effet pour la distribution angulaire sans couplage $\vec{L}, \vec{S}$: $\sigma_T = \sigma_D + \mu \sigma_R + \mu^2 \sigma_C$
L'ajustement même grossier des courbes théoriques aux courbes expérimentales donnera une valeur approchée de μ . Cette valeur pourra être calculée plus exactement avec les courbes σ comportant du couplage $\vec{L}, \vec{S}$.

Le calcul de $\sigma(\theta)$ et P_z fait intervenir d'une manière générale le carré du module de I soit :

$$|I|^2 = |I_D + \lambda I_{Dc} + \mu I_c + \lambda \mu I_{cc}|^2$$

Il y aura donc en tout 10 termes à calculer qui sont :

$$\begin{aligned}
 |I|^2 = & |I_D|^2 + \mu (2 \operatorname{Re} I_D I_C^*) + \mu^2 |I_C|^2 + \mu (2 \operatorname{Re} I_D I_{DC}^*) \\
 & + 2\mu (2 \operatorname{Re} I_D I_{CC}^*) + 2\mu (2 \operatorname{Re} I_C I_{DC}^*) + \mu^2 (2 \operatorname{Re} I_C I_{CC}^*) \\
 & + 2 |I_{DC}|^2 + 2\mu (2 \operatorname{Re} I_{DC} I_{CC}^*) + 2\mu^2 |I_{CC}|^2
 \end{aligned}$$

Nous avons déjà calculé la contribution à la distribution angulaire et à la polarisation des termes ne faisant intervenir que les interactions V_{np} ou V_{n_1p} , c'est à dire :

$$\begin{array}{lll}
 |I_D|^2 & |I_{DC}|^2 & 2 \operatorname{Re} I_D I_{DC}^* \\
 |I_C|^2 & |I_{CC}|^2 & 2 \operatorname{Re} I_C I_{CC}^*
 \end{array}$$

Il faut calculer maintenant les termes en faisant intervenir le mélange des interactions V_{np} et V_{n_1p} c'est à dire :

$$\begin{array}{l}
 2 \operatorname{Re} (I_D I_C^*) \\
 2 \operatorname{Re} (I_D I_{CC}^*) \\
 2 \operatorname{Re} (I_{DC} I_C^*) \\
 2 \operatorname{Re} (I_{DC} I_{CC}^*)
 \end{array}$$

Nous utilisons dans ces derniers calculs, la même technique que précédemment : On remplace I_D I_C I_{DC} I_{CC} par leur valeur dans le calcul de la valeur moyenne du tenseur TRT donnée par la formule (I_9) et on ne s'attache qu'au calcul de la polarisation suivant l'axe de quantification, c'est à dire du tenseur T^{Ro} . Les calculs sont très simples et ne seront exposés que dans leurs grandes lignes.

Calcul des termes P_z et σ_R donnés par $2 \operatorname{Re} I_D - I_C^*$

$$\begin{aligned} \langle T_R^0 \rangle T_{\gamma\gamma'} &= (4\pi)^5 V_0^2 Y_{dm}^2 H_{0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^2 \hat{I}_B^2 U_0 R_b F_{00} \operatorname{Re} \sum (-)^{\frac{1}{2} + l_p + 2I_A + \mu_p} \\ &\hat{I}_p^2 \hat{I}_n^2 Y_{l_p m_p}^* (\Omega_{k_p}) Y_{l_p m_p} (\Omega_{k_d}) Y_{l'_p m'_p}^* (\Omega_{k_d}) C_{0 l'_p l_p} D_{l_n 0 l_n}^* \\ &C_{l_n l_p l_p}^* i^{-(l_p + \bar{l}_p + \bar{l}_n)} \begin{pmatrix} \bar{l}_p & \bar{l}_n & l_p \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & I_B \\ M_A & \mu_n & -M_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & I_B \\ M_A & \mu_n & -M_B \end{pmatrix} \\ &\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \mu_p & \mu_n & -\mu_d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \mu_p & \mu_n & -\mu_d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & R \\ \mu_p & -\mu_p & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

On somme sur M_A , M_B et μ_d

$$\sum_{M_A M_B} \left(\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & I_B \\ M_A & \mu_n & -M_B \end{pmatrix} \right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$\sum_{\mu_d} \left(\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \mu_p & \mu_n & -\mu_d \end{pmatrix} \right)^2 = \frac{1}{6}$$

Il reste :

$$\sum_{\mu_p} (-)^{\mu_p} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & R \\ \mu_p & -\mu_p & 0 \end{pmatrix} = (-)^{-\frac{1}{2}} \sqrt{2} \delta_{R,0}$$

Comme nous l'avons déjà montré au 1er chapitre, la polarisation P_z est identiquement nulle lorsque les interactions V_{np} et V_{n_1p} sont indépendantes du spin des particules, même si les potentiels sont de portée finie.

$$\sigma_R(\theta) = \frac{1}{6} \frac{V_p}{V_d} V_0^2 V_{dm}^2 (4\pi)^5 \left(\frac{H}{0.1 \frac{1}{2}} \right)^2 \hat{I}_B^2 V_0^* R_0 F_0 R_e \sum_{l_p \bar{l}_p \bar{l}_n l'_p} (-)^{l_p} \hat{l}_p^2 \hat{l}_p'^2 \hat{l}_p^2 \hat{l}_p'^2 \begin{pmatrix} \bar{l}_p & \bar{l}_n & l_p \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} l_p & l'_p & t \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 i^{-(l_p + \bar{l}_p + \bar{l}_n)} C_{0 l_p l'_p} D_{\bar{l}_n 0 \bar{l}_n}^* C_{\bar{l}_n l_p l'_p} P_t(\cos \theta)$$

(V₁)

Calcul des termes P_2 et σ_{R_2} dus à $2 \text{ Re } I_D - I_{CC}$ -

$$\begin{aligned} \langle T_R^0 \rangle T_{\pi p'} &= 3 V_0^2 V_{dm}^2 (4\pi)^5 \left(\frac{H}{0.1 \frac{1}{2}} \right)^2 V_0 R_0^* F_{00}^* R_e \sum_{J_{p1}} (-)^{J_{p1} + \bar{J}_{p1} + l'_p + \frac{1}{2} + \mu_p} \\ &\hat{l}_p \hat{J}_1^2 \hat{J}_{p1}^2 \hat{J}_{p1}^2 A_{J_1 l_{p1}} Y_{l_p m_p}(\Omega_{k_p}) Y_{l_p m_p}^*(\Omega_{k_d}) Y_{l'_p m'_p}(\Omega_{k_p}) Y_{l'_p m'_p}(\Omega_{k_d}) \\ &C_{0 l_p l'_p} D_{\bar{l}_n 0 \bar{l}_n}^* C_{\bar{l}_n l'_p \bar{l}_p}^* i^{-(\bar{l}_p + \bar{l}_n + l_p)} \begin{pmatrix} \bar{l}_p & \bar{l}_n & l'_p \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ J_1 & J_{p1} & l_p \end{matrix} \right\} \\ &\left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ J_1 & \bar{J}_{p1} & \bar{l}_p \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & I_B \\ M_A & \mu_n & -M_B \end{matrix} \right\}^2 \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \mu_p & \mu_n & -\mu_d \end{matrix} \right\}^2 \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & J_1 & J_{p1} \\ -M_A & M_{J_1} & M_{J_{p1}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & J_1 & \bar{J}_{p1} \\ -M_A & M_{J_1} & M_{J_{p1}} \end{pmatrix} \\ &\begin{pmatrix} J_{p1} & \frac{1}{2} & l_p \\ M_{J_{p1}} & \mu_p & m_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{J}_{p1} & \frac{1}{2} & \bar{l}_p \\ M_{J_{p1}} & \mu_p & m_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 2 \\ \mu_p & -\mu_p & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

(V₂)

Nous sommions sur μ_d puis sur M_B et M_{J_1} pour faire apparaître des "6 j"

$$\sum_{M_B} \left(\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & I_B \\ M_A & \mu_n & -M_B \end{pmatrix} \right)^2 = (-)^{I_B + M_A + \mu_n} \sum_e e^{i2} \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & e \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & I_B \end{matrix} \right\} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & e \\ M_A & -M_A & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & e \\ \mu_n & -\mu_n & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \sum_{M_{J_1}} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & J_1 & J_{p1} \\ -M_A & M_{J_1} & M_{J_{p1}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & J_1 & \bar{J}_{p1} \\ -M_A & M_{J_1} & M_{J_{p1}} \end{pmatrix} &= (-)^{J_1 + M_{J_{p1}} - M_A} \sum_f \hat{f}^2 \begin{pmatrix} J_{p1} & \bar{J}_{p1} & f \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & J_1 \end{pmatrix} \\ &\begin{pmatrix} J_{p1} & \bar{J}_{p1} & f \\ M_{J_{p1}} & -M_{J_{p1}} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & f \\ M_A & -M_A & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Nous pouvons ensuite sommer sur M_A et μ_n

$$\sum_{M_A} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & e \\ M_A - M_A & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & f \\ M_A - M_A & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \delta_{ef}$$

$$\sum_{\mu_n} (-)^{\mu_n} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & e \\ \mu_n - \mu_n & 0 \end{pmatrix} = (-)^{\frac{1}{2}} \sqrt{2} \delta_{e,0}$$

Regroupant les Y_{lm} et sommant sur M_J on obtient :

$$\begin{aligned} \langle T_R^0 \rangle T_{\mathcal{O}}^{\mathcal{O}'} = & -\frac{1}{2} (4R)^4 V_0^2 \varphi_{dm}^2 \mathbb{H}_{0\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^2 \hat{I}_B^2 R_0^* F_{00}^* U_0 R_c \sum (-)^{\frac{1}{2}+J_{P_1}} \\ & \hat{p}_p^3 \hat{p}_p' \hat{t} \hat{t}' \hat{J}_{P_1}^2 \hat{J}_{P_1}^2 \hat{R} A_{J_1 p_1} i^{-(\bar{l}_p + \bar{l}_n + l_p')} \begin{pmatrix} \bar{l}_p & \bar{l}_n & l_p' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} l_p & l_p' & t \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ & \begin{pmatrix} l_p & l_p' & t \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ J_1 & J_{P_1} & l_p \end{matrix} \right\}^2 \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & R \\ l_p & l_p & J_{P_1} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} t & t' & R \\ l_p & l_p & l_p' \end{matrix} \right\} C_{0 l_p l_p} C_{\bar{l}_n \bar{l}_p l_p'}^* D_{\bar{l}_n 0 \bar{l}_n}^* \\ & \sum_{\tau} \begin{pmatrix} t & t' & R \\ \tau - \tau & 0 \end{pmatrix} Y_{\tau \tau}^* (\Omega_{l_p}) Y_{t' - \tau}^* (\Omega_{\frac{R_l}{2}}) \end{aligned} \quad (V_3)$$

ce qui donne :

$$\begin{aligned} \sigma_{R_2} = & \frac{1}{2} \frac{U_p}{V_d} (4R)^3 \varphi_{dm}^2 \mathbb{H}_{0\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^2 \hat{I}_B^2 R_0^* F_{00}^* U_0 R_c \sum (-)^{l_p'} \hat{l}_p \hat{l}_p'^2 \hat{t}^2 \hat{J}_{P_1}^2 \\ & \hat{J}_{P_1}^2 A_{J_1 p_1} i^{-(\bar{l}_p + \bar{l}_n + l_p')} C_{0 l_p l_p} C_{\bar{l}_n \bar{l}_p l_p'}^* D_{\bar{l}_n 0 \bar{l}_n}^* \\ & \begin{pmatrix} \bar{l}_p & \bar{l}_n & l_p' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} l_p & l_p' & t \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ J_1 & J_{P_1} & l_p \end{matrix} \right\}^2 P_t(\cos \theta) \end{aligned} \quad (V_4)$$

En remarquant que :

$$\sum_{J_{P_1}} \hat{J}_{P_1}^2 \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ J_1 & J_{P_1} & l_p \end{matrix} \right\}^2 = \frac{1}{3}$$

On peut ensuite sommer sur J_1 en utilisant une formule de Racah-Elliott
soit :

$$\sum_{J_1} \hat{J}_1^2 A_{J_1 l_p 1} = 0$$

On retrouve le fait déjà signalé que les termes rectangles de couplage donnent une contribution nulle à la distribution angulaire.

La contribution à la polarisation ne sera pourtant pas nulle
mais :

$$\begin{aligned} P_2 T_{\psi'} = & -\frac{1}{\sqrt{2}} V_0^L (4\pi)^4 g_{dm}^2 \left(H_{0\frac{1}{2}\frac{1}{2}} \right)^2 \hat{I}_B^2 R_0^* F_{00}^* U_0 R_e \sum_{l_p l_p' \bar{l}_p \bar{l}_n t t' J_1 J_{p1}} \left(\frac{1}{2} + J_{p1} + t - t' \right) \\ & \hat{l}_p^2 \hat{l}_p'^2 \hat{t} \hat{t}' \hat{J}_1^2 \hat{J}_{p1}^2 A_{J_1 l_p 1} i^{-(\bar{l}_p + \bar{l}_n + l_p')} C_{0 l_p l_p'} C_{\bar{l}_n \bar{l}_p l_p'}^* D_{\bar{l}_n 0 \bar{l}_n}^* \\ & \left(\begin{smallmatrix} l_p & l_p' & t \\ 0 & 0 & 0 \end{smallmatrix} \right) \left(\begin{smallmatrix} l_p & l_p' & t' \\ 0 & 0 & 0 \end{smallmatrix} \right) \left(\begin{smallmatrix} \bar{l}_p & \bar{l}_n & l_p' \\ 0 & 0 & 0 \end{smallmatrix} \right)^2 \left\{ \begin{smallmatrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ J_1 & J_{p1} & l_p \end{smallmatrix} \right\}^2 \left\{ \begin{smallmatrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ l_p & l_p & J_{p1} \end{smallmatrix} \right\} \left\{ \begin{smallmatrix} t & t' & 1 \\ l_p & l_p & l_p' \end{smallmatrix} \right\} \\ & \sum_z \left(\begin{smallmatrix} t & t' & 1 \\ z & z & 0 \end{smallmatrix} \right) Y_{tz}(\Omega_{k_p}) Y_{t'z}(\Omega_{k_{t'}}) \end{aligned}$$

(V₅)

Calcul de P_3 et σ_{R_3} donnés par $2 \operatorname{Re} I_C I_{DC}^*$ -

Les calculs tout aussi simples que les précédents procèdent
du même formalisme et donnent :

$$\begin{aligned} \sigma_{R_3} = & \frac{1}{2} \frac{v_p}{v_d} (4\pi)^3 g_{dm}^2 \left(H_{0\frac{1}{2}\frac{1}{2}} \right)^2 \hat{I}_B^2 R_0 F_{00} U_0^* R_e \sum \hat{J}^2 \hat{l}_n^2 \hat{l}_p^2 \hat{J}_1^2 \hat{l}_p'^2 \hat{t}^2 \\ & A_{J_1 l_p 1} C_{0 l_p l_p'} D_{\bar{l}_n 0 \bar{l}_n}^* C_{\bar{l}_n l_p l_p'}^* i^{\bar{l}_p + \bar{l}_n + l_p} \left(\begin{smallmatrix} \bar{l}_p & \bar{l}_n & l_p' \\ 0 & 0 & 0 \end{smallmatrix} \right)^2 \left(\begin{smallmatrix} l_p & l_p' & t \\ 0 & 0 & 0 \end{smallmatrix} \right)^2 \\ & \left\{ \begin{smallmatrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ J & J_p & l_p \end{smallmatrix} \right\}^2 P_t(\cos \theta) \end{aligned}$$

Sommant sur J_p

$$\sum_{J_p} \hat{J}_p^2 \left\{ \frac{1}{2} \quad 1 \quad \frac{1}{2} \right\}_{J_p \quad l_p}^2 = \frac{1}{3}$$

puis sur J

$$\sum_J \hat{J}^2 A_{J l_p 1} = 0$$

on obtient :

$$\sigma_{R_3} = 0$$

quant à la polarisation :

$$\begin{aligned} P_3 T_r J' = & -\sqrt{3} Y_0^2 (4\pi)^4 \varphi_{dm}^2 \hat{J}_B^2 \left(H_{0\frac{1}{2}\frac{1}{2}} \right)^2 R_0 F_0 V_0^* Q_e \sum (-)^{J_p + l_p' + \frac{1}{2}} \\ & \hat{J}^2 \hat{l}_n^2 \hat{l}_p^2 \hat{J}_p^2 \hat{l}_p^2 \hat{l}_p^2 \hat{t} \hat{t}' A_{J l_p 1} C_{0 l_p' l_p} C_{\bar{l}_n \bar{l}_p l_p}^* D_{\bar{l}_n 0 \bar{l}_n}^* \\ & i \bar{l}_p + \bar{l}_n + l_p \left(\begin{matrix} \bar{l}_p & \bar{l}_n & l_p \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right)^2 \left(\begin{matrix} l_p & l_p' & t \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} l_p & l_p' & t' \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right) \left\{ \frac{1}{2} \quad 1 \quad \frac{1}{2} \right\}_{J \quad J_p \quad l_p}^2 \\ & \left\{ \begin{matrix} l_p & l_p' & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & J_p \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} t & t' & 1 \\ l_p & l_p' & l_p \end{matrix} \right\} \sum_{\tau} \left(\begin{matrix} t & t' & 1 \\ \tau & \tau & 0 \end{matrix} \right) Y_{t\tau} (R_{k_p}) Y_{t'\tau} (R_{\frac{k_p}{2}}) \end{aligned}$$

(V₆)

Calcul de P_6 et σ_{CD} donnés par $2 \operatorname{Re} I_{DC} - I_{CC}^*$

Les calculs menés de la manière habituelle donnent les résultats suivant :

(V₇)

Pour la polarisation :

$$(V_8)$$

Résumé des résultats obtenus -.

Nous allons dresser un tableau récapitulatif des différentes contributions à la polarisation et à la distribution angulaire en fonction de l'ordre en λ et en μ de ces termes :

Ordre et μ	en λ	0		1		2	
		P_Z	$\sigma(\theta)$	P_Z	$\sigma(\theta)$	P_Z	$\sigma(\theta)$
0		0	σ_D	P_1	0	P_5	σ_{DC}
1		0	σ_R	P_2 P_3	0 0	P_6	σ_{CD}
2		0	σ_C	P_4	0	P_7	σ_{CC}

c'est à dire qu'on pourra écrire :

$$\sigma_T(\theta) = \sigma_D + \mu \sigma_R + \mu^2 \sigma_C + \lambda^2 (\sigma_{DC} + \mu \sigma_{CD} + \mu^2 \sigma_{CC})$$

et

$$P_Z = \frac{P_T}{\sigma_T}$$

avec :

$$P_T = \lambda (P_1 + \mu P_2 + \mu P_3 + \mu^2 P_4) + \lambda^2 (P_5 + \mu P_6 + \mu^2 P_7)$$

Dans ces calculs nous avons introduits différentes intégrales radiales, soient :

$$U_o = \int_{R_o}^{\infty} u_o(K_n^A x) u_o(K_n^B x) x^2 dx$$

$$Q_o = \int_{R_o}^{\infty} u_o(K_B x) j_o\left(\frac{k_d}{2} x\right) x^2 dx$$

$$F_{oo} = \int_{R_o}^{\infty} j_o\left(\frac{i}{a} x\right) u_o(K_n^A x) u_o(K_n^B x) x^2 dx$$

$$D_{\bar{e}_n o \bar{e}_n} = \int_{R_o}^{\infty} j_{\bar{e}_n}\left(\frac{i}{a} x\right) u_o(K_B x) j_{\bar{e}_n}\left(\frac{k_d}{2} x\right) x^2 dx$$

$$C_{\bar{e}_n e_p \bar{e}_p} = \int_{R_o}^{\infty} h_{e_n}^+\left(\frac{i}{a} x\right) j_{e_p}(k_p x) j_{\bar{e}_p}\left(\frac{k_d}{2} x\right) x^2 dx$$

Le coefficient :
$$K = (4\pi)^3 V_o^2 g_{dm}^2 \hat{I}_B^2 \mathbb{H}_{o \frac{1}{2} \frac{1}{2}}^2 \frac{v_p}{v_d}$$

s'introduisant dans tous les calculs, on obtient, à ce coefficient près :

$$\sigma_D = \frac{1}{12} U_0^2 \sum (-)^{\ell'_p - \ell_p} i^{\bar{\ell}_p + \bar{\ell}_n + \ell_p + \bar{\ell}'_p + \bar{\ell}'_n + \ell'_p} \hat{\ell}_p^2 \hat{\ell}'_p{}^2 \hat{\ell}_p^2 \hat{\ell}'_p{}^2 \hat{\ell}_n^2 \hat{\ell}'_n{}^2 \hat{t}^2 D_{\bar{\ell}_n \bar{\ell}_n} D_{\bar{\ell}'_n \bar{\ell}'_n}^* C_{\bar{\ell}_n \ell_p \bar{\ell}_p} C_{\bar{\ell}'_n \ell'_p \bar{\ell}'_p}^* \left(\begin{smallmatrix} \bar{\ell}_p & \bar{\ell}_n & \ell_p \\ 0 & 0 & 0 \end{smallmatrix} \right)^2 \left(\begin{smallmatrix} \bar{\ell}'_p & \bar{\ell}'_n & \ell'_p \\ 0 & 0 & 0 \end{smallmatrix} \right)^2 \left(\begin{smallmatrix} \ell_p & \ell'_p & t \\ 0 & 0 & 0 \end{smallmatrix} \right)^2 P_t(\cos \theta)$$

$$\sigma_R = \frac{1}{6} U_0^* R_0 F_{00} \sum (-)^{\ell_p} \hat{\ell}_p^2 \hat{\ell}'_p{}^2 \hat{\ell}_p^2 \hat{t}^2 \left(\begin{smallmatrix} \bar{\ell}_p & \bar{\ell}_n & \ell_p \\ 0 & 0 & 0 \end{smallmatrix} \right) \left(\begin{smallmatrix} \ell_p & \ell'_p & t \\ 0 & 0 & 0 \end{smallmatrix} \right)^2 i^{-(\bar{\ell}_p + \bar{\ell}_n + \ell_p)} C_{0 \ell'_p \ell'_p} D_{\bar{\ell}_n \bar{\ell}_n}^* C_{\bar{\ell}_n \ell_p \bar{\ell}_p} P_t(\cos \theta)$$

$$\sigma_c = \frac{1}{4} |R_0|^2 |F_{00}|^2 \sum \hat{\ell}_p^2 \hat{\ell}'_p{}^2 \hat{t}^2 C_{0 \ell_p \ell_p} C_{0 \ell'_p \ell'_p}^* \left(\begin{smallmatrix} \ell_p & \ell'_p & t \\ 0 & 0 & 0 \end{smallmatrix} \right)^2 P_t(\cos \theta)$$

$$\sigma_{DC} = \frac{1}{8} U_0^2 \sum (-)^{J-J'+J_p+J'_p+\ell_p+\ell'_p} \hat{J}^2 \hat{J}'^2 \hat{\ell}_p^2 \hat{\ell}'_p{}^2 \hat{\ell}_p^2 \hat{\ell}'_p{}^2 \hat{\ell}_n^2 \hat{\ell}'_n{}^2 \hat{J}_p^2 \hat{J}'_p{}^2 \hat{t}^2 D_{\bar{\ell}_n \bar{\ell}_n} D_{\bar{\ell}'_n \bar{\ell}'_n}^* C_{\bar{\ell}_n \ell_p \bar{\ell}_p} C_{\bar{\ell}'_n \ell'_p \bar{\ell}'_p}^* A_{J \ell_p 1} A_{J' \ell'_p 1} i^{\bar{\ell}_p + \bar{\ell}_n + \ell_p - \bar{\ell}'_p - \bar{\ell}'_n - \ell'_p} \left(\begin{smallmatrix} \bar{\ell}_p & \bar{\ell}_n & \ell_p \\ 0 & 0 & 0 \end{smallmatrix} \right)^2 \left(\begin{smallmatrix} \bar{\ell}'_p & \bar{\ell}'_n & \ell'_p \\ 0 & 0 & 0 \end{smallmatrix} \right)^2 \left(\begin{smallmatrix} \ell_p & \ell'_p & t \\ 0 & 0 & 0 \end{smallmatrix} \right)^2 \left\{ \begin{smallmatrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ J & J_p & \ell_p \end{smallmatrix} \right\} \left\{ \begin{smallmatrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ J' & J'_p & \ell'_p \end{smallmatrix} \right\} \left\{ \begin{smallmatrix} J & J' & t \\ \ell_p & \ell'_p & 1 \end{smallmatrix} \right\} \left\{ \begin{smallmatrix} J & J' & t \\ J_p & J'_p & \frac{1}{2} \end{smallmatrix} \right\} \left\{ \begin{smallmatrix} J_p & J'_p & t \\ \ell_p & \ell'_p & \frac{1}{2} \end{smallmatrix} \right\} P_t(\cos \theta)$$

$$\sigma_{CD} = \frac{\sqrt{3}}{4} R_0^* F_{00}^* U_0 \sum (-)^{J_{p1} + \ell'_{p1} - \frac{1}{2}} \hat{J}^2 \hat{J}'^2 \hat{J}^2 \hat{J}'^2 \hat{\ell}_n^2 \hat{\ell}'_n{}^2 \hat{J}_1^2 \hat{J}'_1{}^2 \hat{\ell}_p^2 \hat{\ell}'_p{}^2 \hat{d}^4 A_{J \ell_p 1} A_{J' \ell'_p 1} i^{\bar{\ell}_p + \bar{\ell}_n + \ell_p} D_{\bar{\ell}_n \bar{\ell}_n} C_{\ell_p \bar{\ell}_n \bar{\ell}_p} C_{0 \ell'_p \ell'_p}^* \left(\begin{smallmatrix} \ell_p & \bar{\ell}_p & \bar{\ell}_n \\ 0 & 0 & 0 \end{smallmatrix} \right)^2 \left(\begin{smallmatrix} \ell_p & \ell'_p & t \\ 0 & 0 & 0 \end{smallmatrix} \right)^2 \left\{ \begin{smallmatrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ J & J_p & \ell_p \end{smallmatrix} \right\} \left\{ \begin{smallmatrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ J_1 & J_{p1} & \ell'_p \end{smallmatrix} \right\} \left\{ \begin{smallmatrix} \ell_p & \ell'_p & d \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & J_p \end{smallmatrix} \right\} \left\{ \begin{smallmatrix} \ell'_p & \ell'_p & d \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & J_{p1} \end{smallmatrix} \right\} \left\{ \begin{smallmatrix} \ell_p & \ell'_p & d \\ \ell'_p & \ell'_p & t \end{smallmatrix} \right\} P_t(\cos \theta)$$

$$\sigma_{CC} = \frac{9\sqrt{2}}{4} |R_0|^2 |F_{00}|^2 \sum (-)^{J_{p1} + J'_{p1} + 2I_2 - \ell_p - \ell'_p + e} \hat{J}_{p1}^2 \hat{J}'_{p1}{}^2 \hat{J}_1^2 \hat{J}'_1{}^2 \hat{\ell}_p^2 \hat{\ell}'_p{}^2 \hat{e}^2 A_{J \ell_p 1} A_{J' \ell'_p 1} C_{0 \ell_p \ell_p} C_{0 \ell'_p \ell'_p}^* \left(\begin{smallmatrix} \ell_p & \ell'_p & t \\ 0 & 0 & 0 \end{smallmatrix} \right)^2 \left\{ \begin{smallmatrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ J_1 & J_{p1} & \ell_p \end{smallmatrix} \right\} \left\{ \begin{smallmatrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ J'_1 & J'_{p1} & \ell'_p \end{smallmatrix} \right\} \left\{ \begin{smallmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & d \\ \ell_p & \ell_p & J_{p1} \end{smallmatrix} \right\} \left\{ \begin{smallmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & d' \\ \ell'_p & \ell'_p & J'_{p1} \end{smallmatrix} \right\} \left\{ \begin{smallmatrix} t & d & e \\ \ell_p & \ell'_p & \ell_p \end{smallmatrix} \right\}^2 P_t(\cos \theta)$$

Avant d'écrire l'expression des différents P remarquons qu'il s'introduit toujours le terme :

$$\sum_{\tau} \binom{t \ t' + 1}{\tau - 2 \ 0} \gamma_{t \ 2}(\Omega_{k p}) \gamma_{t' - \tau}(\Omega_{k d})$$

Mais $|t' - t| \leq 1 \leq t' + t$ pour que le "3 j" existe t' peut donc prendre trois valeurs t , $t - 1$, et $t + 1$. D'autre part :

$$\gamma_{t \ 2}(\Omega_{k p}) = \gamma_{t \ 2}(\frac{p}{2} \ 0) \quad \text{n'existe que si } t + 2 \quad \text{est pair}$$

$$\gamma_{t' - 2}(\Omega_{k d}) = \gamma_{t' - 2}(\frac{d}{2} \ 0) \quad \text{n'existe que si } t' - 2 \quad \text{est pair}$$

Il faut nécessairement que $t + t'$ soit pair ce qui exclut les valeurs $t' = t \pm 1$ donc, puisque t et t' sont entiers :

$$t = t'$$

On posera donc :

$$M_t(\theta) = \sum_{\tau} \binom{t \ t + 1}{\tau - 2 \ 0} \gamma_{t \ 2}(\Omega_{k p}) \gamma_{t - \tau}(\Omega_{k d}) \quad (V_9)$$

Il est aisé de tirer l'expression algébrique de $M_t(\theta)$ en remarquant que :

$$\binom{t \ t + 1}{\tau - 2 \ 0} = (-)^{t - \tau} \frac{2\tau}{\sqrt{(2t+2)(2t+1)2t}}$$

$$\begin{aligned}
 M_t(\theta) &= \sum_{\tau} (-)^{t-\tau} \frac{2\tau}{\sqrt{(2t+1)(2t+1)2t}} Y_{t\tau}(\rho_{kp}) Y_{t-\tau}(\rho_{kd}) \\
 &= \sum_{\tau=0}^t (-)^{t-\tau} \frac{2\tau}{\sqrt{2t+2)(2t+1)2t}} \left[Y_{t\tau}(\rho_{kp}) Y_{t-\tau}(\rho_{kd}) - Y_{t\tau}^*(\rho_{kp}) Y_{t-\tau}^*(\rho_{kd}) \right] \\
 &= \sum_{\tau=0}^t (-)^{t-\tau} \frac{4\tau}{\sqrt{(2t+2)(2t+1)2t}} j_m Y_{t\tau}(\rho_{kp}) Y_{t-\tau}(\rho_{kd})
 \end{aligned}$$

Or,

$$Y_{t\tau}(\rho_{kp}) = Y_{t\tau}\left(\frac{\pi}{2}\theta\right) = (-)^{\tau} \left[\frac{2t+1}{4\pi} \frac{(t-\tau)!}{(t+\tau)!} \right]^{\frac{1}{2}} P_{t\tau}(0) e^{i\tau\theta}$$

$$Y_{t-\tau}(\rho_{kd}) = Y_{t-\tau}\left(\frac{\pi}{2}\theta\right) = (-)^{\tau} \left[\frac{2t+1}{4\pi} \frac{(t+\tau)!}{(t-\tau)!} \right]^{\frac{1}{2}} P_{t-\tau}(0)$$

et :

$$\begin{aligned}
 j_m Y_{t\tau}(\rho_{kp}) Y_{t-\tau}(\rho_{kd}) &= \frac{2t+1}{4\pi} P_{t\tau}(0) P_{t-\tau}(0) \sin \tau \theta \\
 &= (-)^t \frac{1}{4^t} \frac{2t+1}{4\pi} \frac{(t+\tau)!(t-\tau)!}{\left[\left(\frac{t+\tau}{2}\right)!\left(\frac{t-\tau}{2}\right)!\right]^2} \sin \tau \theta
 \end{aligned}$$

$$M_t(\theta) = \frac{2t+1}{4\pi} \frac{1}{4^{t-1}} \frac{1}{\sqrt{(2t+2)(2t+1)2t}} \sum_{\tau=0}^t (-)^{\tau} \frac{(t+\tau)!(t-\tau)!}{\left[\left(\frac{t+\tau}{2}\right)!\left(\frac{t-\tau}{2}\right)!\right]^2} \sin \tau \theta$$

(V₁₀)

Nous avons représenté dans la figure 9, les valeurs de M_t pour t allant de 1 à 6.

Polynômes $M_t(\theta)$

- | | |
|------------|------------|
| — $t=1$ | ---- $t=4$ |
| -.-. $t=2$ | +++ $t=5$ |
| — $t=3$ | oooo $t=6$ |

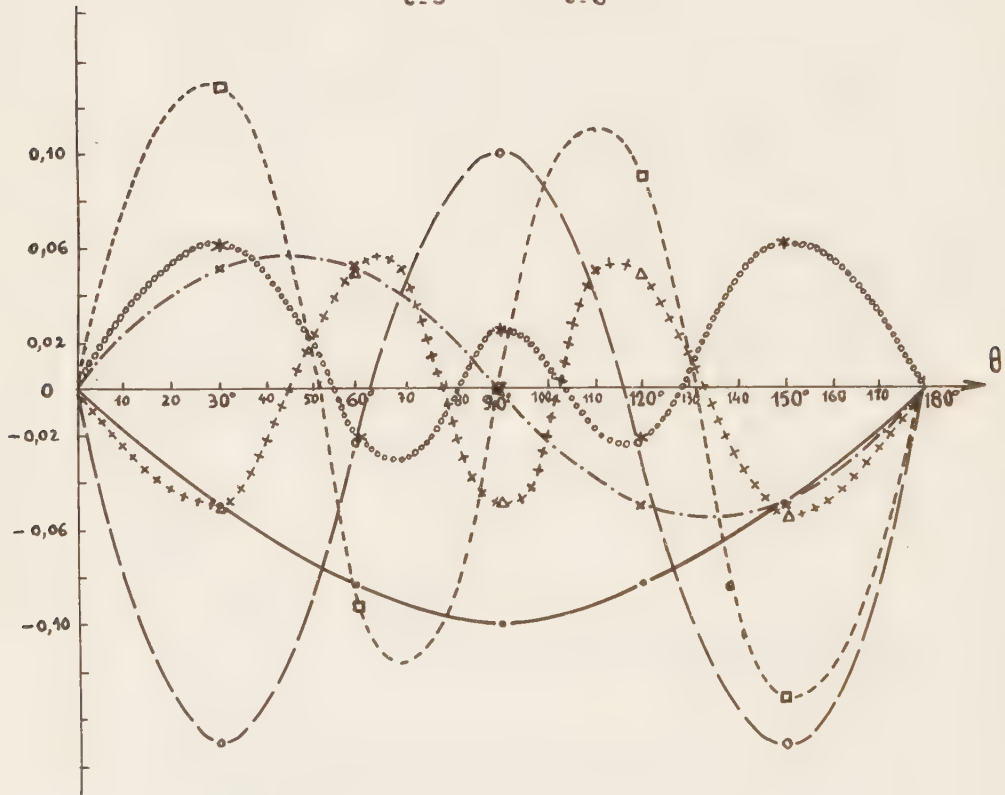


fig. 9

Les expressions de $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7$ s'écrivent alors :

$$P_1 = \frac{(4\pi)}{9\sqrt{2}} v_o^2 \sum_{J_p + l'_p} \hat{j}_z \hat{l}'_p \hat{l}'^{1/2}_{p'} \hat{\bar{l}}'^2_{p'} \hat{l}'^{1/2}_{p''} \hat{\bar{l}}'^2_{p''} \hat{l}^2_n \hat{\bar{l}}'^{1/2}_n \hat{\bar{l}}'^2_n \hat{\tau}^2 D_{\bar{l}'_n o \bar{l}'_n} D_{\bar{l}'_n o \bar{l}'_n}^* C_{\bar{l}'_n l'_p \bar{l}'_p} C_{\bar{l}'_n l'_p \bar{l}'_p}^* A_{J_l p_1} i^{\bar{l}_p + \bar{l}'_n + l'_p + \bar{l}'_p + \bar{l}'_n + l'_p} (\bar{l}'_p \bar{l}'_n \cdot l'_p)^2$$

$$\left(\begin{matrix} \bar{l}'_p & \bar{l}'_n & l'_p \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right)^2 \left(\begin{matrix} l'_p & l'_p & t \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right)^2 \left\{ \begin{matrix} l'_p & l'_p & 1 \\ 1 & 1 & J \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} l'_p & l'_p & 1 \\ t & t & l_p \end{matrix} \right\} M_t(\theta)$$

$$P_2 = - \frac{(4R)}{\sqrt{2}} R_o^* F_{oo}^* U_o R_e \sum \omega^{\frac{1}{2} + J_{p1}} \hat{J}_p^2 \hat{J}_p^2 \hat{t}^2 \hat{J}_1^2 \hat{J}_{p1}^2 A_{J_1 l_{p1}} i^{-\bar{l}_p - \bar{l}_n - l'_p}$$

$$C_{o l_p l_p} C_{\bar{l}_n \bar{l}_p l'_p}^* D_{\bar{l}_n o \bar{l}_n}^* \left(\begin{smallmatrix} l_p & l'_p & t \\ 0 & 0 & 0 \end{smallmatrix} \right)^2 \left(\begin{smallmatrix} \bar{l}_p & \bar{l}_n & l'_p \\ 0 & 0 & 0 \end{smallmatrix} \right)^2$$

$$\left\{ \begin{smallmatrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ J_1 & J_{p1} & l_p \end{smallmatrix} \right\}^2 \left\{ \begin{smallmatrix} t & t & 1 \\ l_p & l_p & l'_p \end{smallmatrix} \right\} \left\{ \begin{smallmatrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ \bar{l}_p & \bar{l}_p & J_{p1} \end{smallmatrix} \right\} M_t(\theta)$$

$$P_3 = -(4\pi)\sqrt{3} \mathcal{R}_0 U_0^* F_{00} \mathcal{R}_e \sum (-)^{J_p + l'_p + \frac{1}{2}} \hat{J}^2 \hat{l}_n^2 \hat{l}_p^2 \hat{J}_p^2 \hat{l}_p^2 \hat{l}'^2 \hat{t}^2$$

$$A_{J l_p 1} C_{0 l'_p l'_p} C_{\bar{l}_n \bar{l}_p l_p}^* D_{\bar{l}_n 0 \bar{l}_n}^* i^{\bar{l}_p + \bar{l}_n + l_p} \begin{pmatrix} \bar{l}_p & \bar{l}_n & l_p \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2$$

$$\begin{pmatrix} l_p & l'_p & t \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ J & J_p & l_p \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} l_p & l_p & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & J_p \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} t & t & 1 \\ l_p & l_p & l'_p \end{matrix} \right\} M_t(\theta)$$

$$P_4 = -\frac{1}{4} (4R) |R_0|^2 |F_{00}|^2 R_e \sum (-)^{J_{p1} + \frac{1}{2} + l_p} \hat{L}_p^2 \hat{L}_p'^2 \hat{J}_1^2 \hat{J}_{p1}^2 \hat{t}^2$$

$$C_{0l_p l_p} C_{0l'_p l'_p}^* \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ J_1 & J_{p1} & l'_p \end{matrix} \right\}^2 \left\{ \begin{matrix} l'_p & l'_p & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & J_{p1} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} l'_p & l'_p & 1 \\ t & t & l_p \end{matrix} \right\} \left(\begin{matrix} l_p & l'_p & t \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right)^2 M_t(\theta)$$

$$P_5 = \frac{3}{4\sqrt{2}} U_0^2 \sum (-)^{J-J'+d+t+\ell_p} J^2 J'^2 \ell_p^2 \ell_p'^2 \bar{\ell}_p^2 \bar{\ell}_p'^2 \bar{\ell}_n^2 \bar{\ell}_n'^2 J_p^2 J_p'^2$$

$$d^2 t^2 D_{\bar{\ell}_n o \bar{\ell}_n} D_{\bar{\ell}_n' o \bar{\ell}_n'}^* C_{\bar{\ell}_n \ell_p' \bar{\ell}_p'}^* C_{\bar{\ell}_n \ell_p \bar{\ell}_p} A_{J \ell_p 1} A_{J' \ell_p' 1}$$

$$i_{\bar{\ell}_p + \bar{\ell}_n + \ell_p - \bar{\ell}_p' - \bar{\ell}_n' - \ell_p} \left\{ \frac{1}{2} \ 1 \ \frac{1}{2} \right\}_{J \ J_p \ \ell_p} \left\{ \frac{1}{2} \ 1 \ \frac{1}{2} \right\}_{J' \ J_p' \ \ell_p'} \left\{ J \ J' \ t \right\}_{\ell_p' \ell_p \ 1} \left\{ J \ J' \ t \right\}_{J_p' J_p \ \frac{1}{2}}$$

$$\left\{ \begin{matrix} \ell_p' & J_p & d \\ t & \frac{1}{2} & J_p \end{matrix} \right\} \left\{ \frac{1}{2} \ t \ d \right\}_{\ell_p \ J_p' \ \ell_p'} \left\{ \frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ 1 \right\}_{\ell_p \ \bar{\ell}_n \ \ell_p}^2 \left(\bar{\ell}_p \ \bar{\ell}_n \ \ell_p \right)^2 \left(\bar{\ell}_p \ \bar{\ell}_n' \ \ell_p' \right)^2 \left(\ell_p \ \ell_p' \ t \right)^2 M_t(\theta)$$

$$P_6 = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{3}{2}} (4\pi) R_0^* U_0 F_{00}^* R_e \sum (-)^{J_p 1 + \ell_p - \frac{1}{2}} \hat{t}^2 \hat{J}^2 \hat{\ell}_n^2 \hat{\ell}_p^2 \hat{J}_p^2 \hat{J}_p'^2 \hat{J}_1^2 \hat{\ell}_p'^2 \hat{\ell}_p'^2 \hat{e}^2 \hat{f}^2 \hat{d}^2$$

$$A_{J \ell_p 1} A_{J_1 \ell_p' 1} i_{\bar{\ell}_p + \bar{\ell}_n + \ell_p} D_{\bar{\ell}_n o \bar{\ell}_n} C_{\bar{\ell}_n \ell_p \bar{\ell}_p} C_{o \ell_p' \ell_p'}^*$$

$$\left(\begin{matrix} \ell_p & \ell_p' & \bar{\ell}_n \\ o & o & o \end{matrix} \right)^2 \left(\begin{matrix} \ell_p & \ell_p' & t \\ o & o & o \end{matrix} \right)^2 \left\{ \frac{1}{2} \ 1 \ \frac{1}{2} \right\}_{J \ J_p \ \ell_p}^2 \left\{ \frac{1}{2} \ 1 \ \frac{1}{2} \right\}_{J_1 \ J_p' \ \ell_p'}^2 \left\{ \begin{matrix} \ell_p' & \ell_p' & e \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & J_p \end{matrix} \right\}$$

$$\left\{ \begin{matrix} \ell_p & \ell_p & d \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & J_p \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} f & e & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \ell_p & \ell_p & d \\ \ell_p' & \ell_p' & e \\ t & t & 1 \end{matrix} \right\} M_t(\theta)$$

$$P_7 = - \frac{9\sqrt{3}}{8\sqrt{2}} |R_0|^2 |F_{00}|^2 \sum (-)^{J_p 1 + J_p' 1 + 2I_B - \ell_p - \ell_p'} \hat{J}_1^2 \hat{J}_1'^2 \hat{J}_p^2 \hat{J}_p'^2 \hat{\ell}_p^3 \hat{\ell}_p'^3 \hat{t}^2 \hat{d}^2 \hat{e}^2$$

$$A_{J \ell_p 1} A_{J_1 \ell_p' 1} C_{o \ell_p \ell_p} C_{o \ell_p' \ell_p'}^* \left\{ \frac{1}{2} \ 1 \ \frac{1}{2} \right\}_{J_1 \ J_p \ \ell_p}^2 \left\{ \frac{1}{2} \ 1 \ \frac{1}{2} \right\}_{J_1' \ J_p' \ \ell_p'}^2 \left\{ \frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ d \right\}_{\ell_p \ \ell_p \ J_p}$$

$$\left\{ \frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ d' \right\}_{\ell_p' \ \ell_p' \ J_p'} \left\{ \begin{matrix} t & d & e \\ \ell_p & \ell_p' & \ell_p \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} t & d' & e \\ \ell_p & \ell_p' & \ell_p \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} t & t & 1 \\ d & d' & e \end{matrix} \right\} M_t(\theta)$$

Nous devons remarquer que la dépendance angulaire de toutes les distributions est en $P_t(\cos \theta)$ et la dépendance angulaire des polarisation en $M_t(\theta)$. Ces derniers polynômes sont d'ailleurs exactement ceux qui s'introduisent dans la théorie des ondes distordues avec couplage spin-orbite de ROBSON (3) qui trouve les expressions suivantes pour la distribution angulaire et la polarisation.

$$\sigma(\theta) = \frac{1}{3} \frac{1}{4\pi} \frac{v_p}{v_d} \frac{\hat{I}_A^2}{\hat{I}_B^2} \sum \hat{J}_d \hat{J}_d' \hat{J}_p \hat{J}_p' \frac{\hat{p}^2}{\hat{j}^2} A(\alpha l_j) A(\alpha' l_j) B(p p)$$

$$(-)^{J_d + J_d' + L_d' - J_p - \frac{1}{2}} W(p L_d' J_d 1; L_d J_d') W(J_p' j p J_d; J_d' J_p)$$

$$W(L_p' L_p J_p' J_p; p \frac{1}{2}) P_p(\cos \theta)$$

$$P_x T_{y'} = \frac{1}{3} \frac{\hat{I}_A^2}{\hat{I}_B^2} \sum \hat{p}^2 \hat{J}_d \hat{J}_d' \hat{J}_p \hat{J}_p' \frac{1}{\hat{j}^2} A(\alpha l_j) A(\alpha' l_j) B(p p)$$

$$(-)^{J_d + J_d' + L_d' + L_p} W(p L_d' J_d 1; L_d J_d') W(J_p' j p J_d; J_d' J_p)$$

$$X(L_p L_p' 1, \frac{1}{2} \frac{1}{2} 1, J_p J_p' p) M_p(\theta)$$

Les coefficients $A(\alpha l_j)$ contenant les intégrales radiales, les coefficients B étant liés au couplage de L_p et L_p' par les "3 j" $\begin{pmatrix} L_p & L_p' & p \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ et les W et X sont des coefficients de Racah.

On pourra donc écrire d'une manière générale :

$$\sigma_T = \sum_t a_t P_t(\cos \theta)$$

$$P_x = \frac{\sum_t b_t M_t(\theta)}{\sum_t a_t P_t(\cos \theta)}$$

La connaissance de valeurs expérimentales assez précises en distribution angulaire peut permettre, par une méthode de moindres carrés par exemple, de déterminer la valeur des a_t . On pourra par la suite calculer ces coefficients par la méthode DWBA et par la méthode de terme complémentaire. La méthode donnant les valeurs les plus convenables de ces coefficients sera alors choisie pour calculer la polarisation des protons émergents.

Un autre aspect possible de la question est le suivant : la connaissance des valeurs des différents coefficients a_t peut permettre, à condition de connaître les valeurs des moments angulaires intervenant dans le calcul, d'évaluer les intégrales radiales. Il faudra pour cela faire évidemment une analyse détaillée de $\sigma(\theta)$ pour déterminer les $L_p J_p L_d J_d$ compatibles avec les différents coefficients a_t . Munis de ces deux renseignements (intégrales radiales et moments angulaires) on pourra recalculer le coefficient b_t , puisque les a_t et b_t faisant intervenir les mêmes intégrales radiales, ne diffèrent que par des paramètres géométriques. On pourra donc essayer de calculer la polarisation des protons émergents à partir de la distribution angulaire de ces protons. Ceci n'est pourtant pas un problème simple Il est d'ailleurs évident que pour un tel calcul, il est plus intéressant d'utiliser les formules données par la DWBA, celles de ROBSON par exemple, puisque tous les paramètres physiques introduits sont contenus dans les intégrales radiales, tandis qu'avec une méthode de terme complémentaire chaque coefficient a_t nécessite l'ajustement de plusieurs termes rendant le problème encore plus difficile; il y aura d'ailleurs un paramètre supplémentaire μ , à ajuster, par rapport à la DWBA.

CHAPITRE VI

APPLICATION DES CALCULS PRÉCÉDENTS A LA RÉACTION $\text{Si}^{29}(\text{dp})\text{Si}^{30}$ A 9 Me V POUR L'ÉTAT FONDAMENTAL

Application numérique à la réaction $\text{Si}^{29}(\text{dp})\text{Si}^{30}$ à 9 MeV -

Les calculs numériques pour la réaction $\text{Si}^{29}(\text{dp})\text{Si}^{30}$ ont été effectués dans le cas d'une énergie incidente de 9 MeV. Le calcul entier de $G(\theta)$ et P_Z en prenant un point tous les 18° dure 4 heures environ.

Un calcul préliminaire nous ayant montré que la valeur $\mu = 0,7$ donnait des résultats convenables et que les termes de la distribution angulaire et la polarisation du second ordre en λ étaient petits, nous nous sommes attachés à calculer en détail la distribution et la polarisation au 1er ordre en λ . Le rayon de cut-off que nous avons choisi est celui qui semblait donner les meilleurs résultats avec un potentiel de portée nulle soit $R_0 = 6,210^{-13}$ cm. Les paramètres K_n^A , K_n^B , K_B sont les mêmes que ceux que nous avons utilisé au 1er chapitre soit :

$$\begin{aligned} K_n^A &= 0,639 \cdot 10^{+13} \\ K_n^B &= 0,715 \cdot 10^{+13} \\ K_B &= 0,723 \cdot 10^{+13} \end{aligned}$$

La portée du potentiel de Yukawa a été prise suivant BLATT-WEISSKOPF égale à $0,434 \cdot 10^{-13}$ cm. Ayant donné à l_p les valeurs 0, 1, 2, 3, il intervient jusqu'aux polynômes $P_6(\cos \theta)$ et $M_6(\theta)$.

Nous avons représenté dans les figures 10, 11, et 12 les termes directs complémentaires et rectangles de la distribution angulaire. Dans la figure 13 est représentée $\sigma_T(\theta)$ avec $\sigma_T = \sigma_D + \mu \sigma_R + \mu^2 \sigma_C$

Les figures 14, 15, 17 représentent les contributions à la polarisation P_1 , P_2 , P_3 , P_4 et la figure 18, P_T avec $P_T = \lambda P_1 + \lambda \mu (P_2 + P_3) + \lambda \mu^2 P_4$

Enfin, la figure 19 représente la polarisation suivant l'axe de quantification des protons émergents de la réaction $\text{Si}^{29}(\text{dp})\text{Si}^{30}$.

Avant de terminer cet exposé, nous allons essayer de dégager les idées directrices de la méthode du terme complémentaire et de la méthode des ondes distordues. Nous essaierons également de mettre en lumière les difficultés d'un calcul d'application numérique pour chacune de ces méthodes. Examinons la méthode du terme complémentaire.

Nous avons supposé dans nos calculs que la fonction d'onde du deuton incident et la fonction d'onde du proton émergent étaient des ondes planes. En d'autres termes nous avons admis que le noyau cible et le noyau résiduel n'avaient pas d'action sur les fonctions d'onde entrantes et sortantes, ni par le potentiel nucléaire moyen des nucléons internes, ni par leur champ coulombien. Ces potentiels étant antagonistes mais de portée différente, notre hypothèse sera d'autant mieux vérifiée qu'aux alentours de la surface nucléaire, ils se compensent, c'est à dire lorsque la barrière coulombienne n'est pas trop basse ; donc pour les noyaux intermédiaires, il semble que cette condition soit remplie.

Nous étant attaché surtout au calcul de la polarisation du proton émergent, nous n'avons pris en considération que les interactions du proton émis avec le neutron capturé et avec le neutron extérieur V_{np} et V_{n_1p} , négligeant les interactions V_{pc} , V_{nc} , V_{n_1c} , et V_{nn_1} , qu'en toute rigueur il faudrait considérer. Cette hypothèse n'est valable qu'à la condition que les neutrons et les protons du coeur soient fortement liés au coeur, beaucoup plus que les protons et neutrons de la dernière couche.

Il faut que le nucléon extérieur fasse une sorte d'écran empêchant les nucléons des sous-couches d'interagir. Cette hypothèse semble vérifiée pour les réactions $O^{17}(dp)O^{18}$ et $Si^{29}(dp)Si^{30}$ examinée ici. Pour le calcul des distributions angulaires, il suffisait ensuite de prendre

$$V_{np} = V_0 \delta(|\vec{r}_n - \vec{r}_p|) \quad \text{et} \quad V_{n_1 p} = V_0 \delta(|\vec{r}_{n_1} - \vec{r}_p|)$$

pour obtenir des résultats théoriques convenables (15).

Il faut d'ailleurs remarquer que de tels potentiels sont logiques puisqu'ils ne viennent pas perturber l'onde entrante et l'onde sortante. Ils sont cependant incompatibles avec l'introduction d'un couplage spin-orbite car un potentiel de portée nulle $\delta(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|)$ fixe $\vec{r}_1 = \vec{r}_2$ donc le moment orbital $\vec{L}$ devient nul puisque $\vec{L} = (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \wedge \frac{1}{2}(\vec{p}_1 - \vec{p}_2)$. Mais si les potentiels d'interaction ne dépendent pas du spin, rien dans la réaction ne viendra agir sur les spins. Si le faisceau incident n'est pas polarisé, le faisceau émergent ne pourra l'être. Nous l'avons d'ailleurs montré par le calcul dans le 1er chapitre de cet exposé. Nous sommes donc logiquement amenés, si nous voulons calculer la polarisation des protons émergents, à introduire un potentiel de portée finie à couplage spin-orbite

$V = V_0(1 + \lambda \vec{L} \cdot \vec{S}) f(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|)$. Il est certain qu'un tel genre de potentiel doit un peu perturber les fonctions d'onde entrante et sortante qui ne seront plus des ondes rigoureusement planes.

Dans nos calculs, nous avons fixé λ à la valeur donnée par SAWICKI (13). Il nous reste donc deux paramètres ajustables, les paramètres R_0 et μ . Les calculs de distribution angulaire que nous avons faits avec un potentiel de portée nulle et un potentiel de Yukawa à 9 MeV (figures 1 et 13) montrent d'une part que le coefficient μ nécessaire est bien plus faible avec un potentiel de portée finie et d'autre part que la remontée aux angles supérieurs à 100° notable avec le potentiel de Yukawa n'apparaissait pas avec un potentiel δ

Dans le calcul du terme complémentaire, la seule difficulté de calcul réside dans l'évaluation des intégrales radiales, dont les intégrands sont d'ailleurs des produits de fonctions de Bessel et de fonctions de Hankel sphériques. Les coefficients "3 j", "6 j" étant tabulés (14) leur calcul ne présente en effet aucune difficulté.

La méthode des ondes distordues considère le problème d'un autre point de vue. Le potentiel d'interaction du proton émergent avec le noyau résiduel étant toujours un potentiel de portée nulle, on considère que les fonctions d'onde de la voie d'entrée et de la voie de sortie sont des fonctions distordues, solutions de l'équation de Schrodinger avec un potentiel optique avec ou sans couplage spin-orbite. Il faut remarquer à cet effet que notre méthode est difficilement comparable à la DWBA car les points de vue sont totalement différents. La méthode DWBA postule en fait que la polarisation du proton émergent est un effet moyen, car elle suppose que les nucléons du noyau cible et du noyau résiduel forment un potentiel optique, potentiel moyen de tous les nucléons intéressés, qui va interagir avec les fonctions d'ondes entrantes et sortantes. Nous avons admis quant à nous qu'il s'agissait d'un effet individuel, un seul des nucléons du noyau cible interagissant avec le proton émergent. Il faut noter aussi que la faute de logique faite dans notre calcul de polarisation (on conserve des ondes planes entrantes et sortantes avec un potentiel de portée finie) est également commise dans la méthode DWBA mais de la manière inverse. En effet, on suppose dans cette méthode que le noyau cible et le noyau résiduel distordent les ondes entrantes et sortantes, c'est à dire que les nucléons du coeur agissent à grande distance alors que l'interaction du proton émergent avec le neutron capturé est une interaction de portée nulle. On suppose de même que les potentiels de la voie d'entrée et de la voie de sortie sont à couplage spin-orbite tandis que l'interaction V_{np} n'en dépend pas (cela découle d'ailleurs du fait que V_{np} est un potentiel δ) C'est donc faire interagir d'une manière totalement différente le neutron capturé et les nucléons du coeur.

Par ailleurs la méthode des ondes distordues introduit un plus grand nombre de paramètres que notre méthode. Il faudra résoudre en effet l'équation de Schrödinger dans la voie d'entrée avec un potentiel optique :

$$\nabla(\vec{r}, \vec{\sigma} \cdot \vec{L}_d) = -(V + iW)g(r) + V_s \left(\frac{\hbar}{m_{\pi}c} \right)^2 \frac{1}{r} \frac{dg}{dr} \vec{\sigma} \cdot \vec{L}_d$$

$\vec{\sigma} \cdot \vec{L}_d$ prenant les valeurs : $2L_d, -2, -2(L_d+1)$ lorsque

$$J_d = L_d + 1, L_d, L_d - 1$$

Les paramètres introduits sont donc V, W, V_s et R_0 ce dernier paramètre s'introduisant dans le facteur de forme $g(r) = \frac{1}{1 + \exp \frac{r - R_0}{a}}$ soit 4 paramètres.

Dans la voie de sortie, il existera un potentiel optique en général différent de celui de la voie d'entrée

$$-(V_1 + iW_1)g(r) + V_{1s} \left(\frac{\hbar}{m_{\pi}c} \right)^2 \frac{1}{r} \frac{dg}{dr} \vec{\sigma} \cdot \vec{L}_p$$

$\vec{\sigma} \cdot \vec{L}_p$ prenant les valeurs L_p si $J_p = L_p + \frac{1}{2}$

$$-(L_p + 1) \text{ si } J_p = L_p - \frac{1}{2}$$

Les paramètres supplémentaires introduits seront $V_1, W_1, V_{1s}, R_{0,1}$ soit 4 paramètres. Nous pourrons donc plus ou moins ajuster 8 paramètres pour retrouver les valeurs expérimentales. Le problème est compliqué mais permet une certaine latitude de mise au point quant aux recouvrements de l'expérience par la théorie.

Il faut remarquer aussi que cette méthode nécessite la résolution de 10 équations différentielles pour connaître les fonctions d'onde de

la voie d'entrée f_{L_d, τ_d} (complexe) et f_{L_p, τ_p} (également complexe). Il est donc évident que du seul point de vue du calcul numérique cette méthode est bien plus compliquée que celle du terme complémentaire.

On peut simplifier un peu le calcul par DWBA, en ne prenant un potentiel distordant que dans la voie de sortie. Il subsistera tout de même 4 paramètres arbitraires et 4 équations différentielles à résoudre.

Evidemment lorsqu'on possède des programmes de calcul élaborés par des physiciens spécialistes du calcul sur machine électronique, et qu'il suffit de changer les valeurs numériques des paramètres pour obtenir des courbes théoriques $\sigma(\theta)$ et P_Z , la méthode DWBA a l'avantage certain d'être applicable à n'importe quelle réaction de stripping tandis que notre méthode, pour garder sa simplicité fondamentale ne s'applique qu'à un nombre restreint de réactions de stripping.

	σ_D	σ_R	σ_C	σ_T
0	360	21,95	1,34	360
$\frac{\pi}{10}$	41,02	4,841	0,0249	40
$\frac{2\pi}{10}$	1,45	3,805	10,27	8
$\frac{3\pi}{10}$	3,50	5,52	35,75	26
$\frac{4\pi}{10}$	0,0052	8,147	48,51	28
$\frac{\pi}{2}$	0,480	4,341	39,57	20
$\frac{6\pi}{10}$	0,0054	1,823	30,34	12
$\frac{7\pi}{10}$	0,416	4,00	38,58	20
$\frac{8\pi}{10}$	0,335	4,512	74,59	36
$\frac{9\pi}{10}$	0,150	4,01	130,00	50
π	0,932	12,1	159,12	88

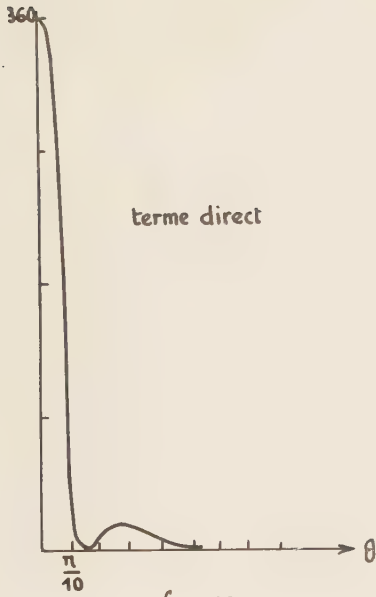


fig 10

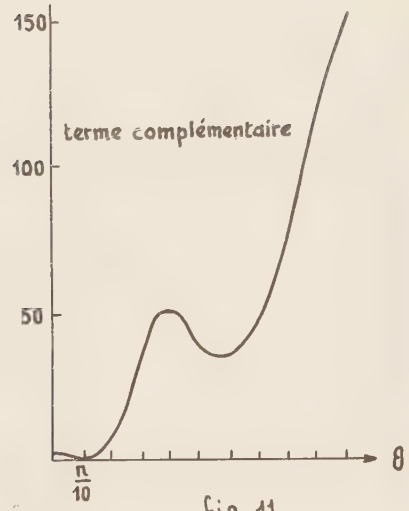


fig 11

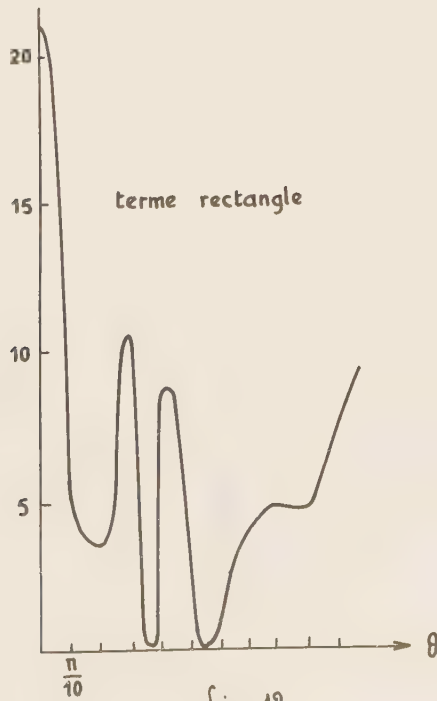


fig 12

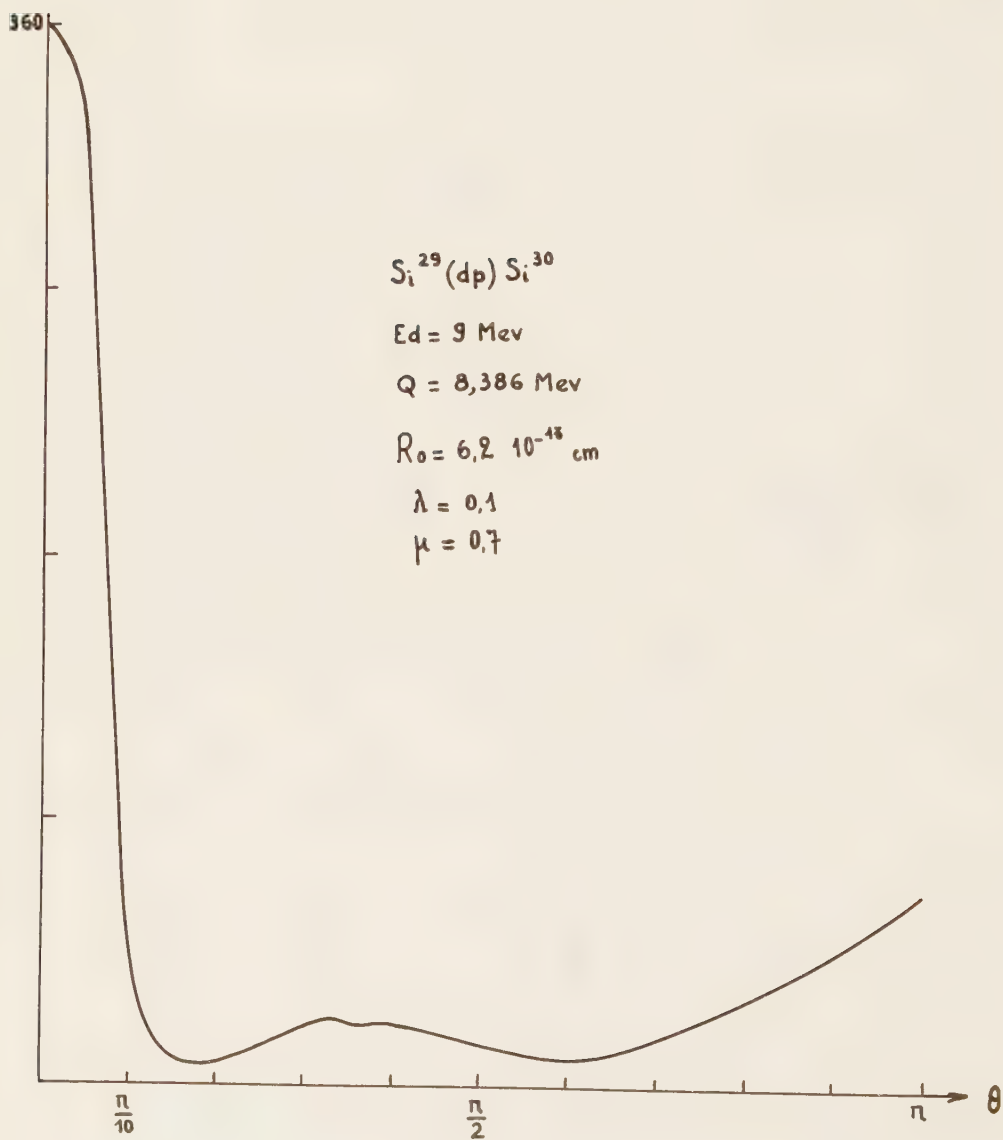


fig 13

θ	P_1	P_2	P_3	P_4	P_T	P_z
0	0	0	0	0	0	0
$\frac{\pi}{10}$	1,21	- 0,419	1,456	- 0,555	0,166	5,23
$\frac{2\pi}{10}$	0,561	- 0,313	0,822	- 0,316	0,0762	11,96
$\frac{3\pi}{10}$	- 0,331	- 0,106	0,0424	- 0,0248	- 0,0388	- 1,873
$\frac{4\pi}{10}$	- 0,217	- 0,089	0,211	- 0,0895	- 0,175	- 0,782
$\frac{\pi}{2}$	0,0467	- 0,0141	0,0456	- 0,0137	0,00621	0,389
$\frac{6\pi}{10}$	0,290	0,0569	- 0,133	0,0615	0,0266	2,783
$\frac{7\pi}{10}$	0,322	0,0478	0,0675	- 0,0269	0,0389	2,441
$\frac{8\pi}{10}$	- 0,681	0,215	- 0,613	0,218	- 0,0853	- 2,970
$\frac{9\pi}{10}$	- 0,134	0,332	- 0,125	0,464	- 0,176	- 4,420
π	0	0	0	0	0	0

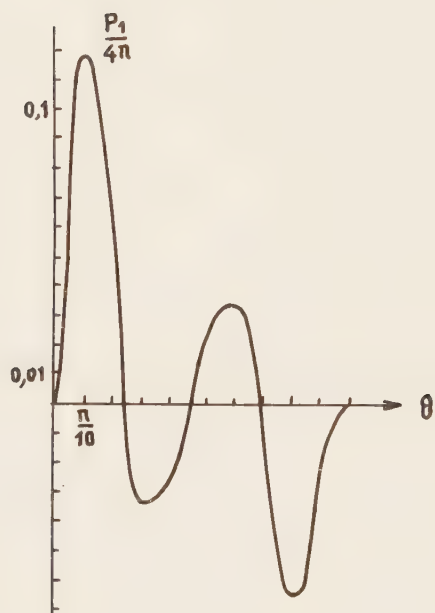


fig 14

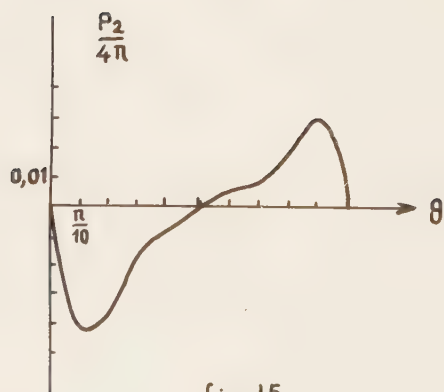


fig 15

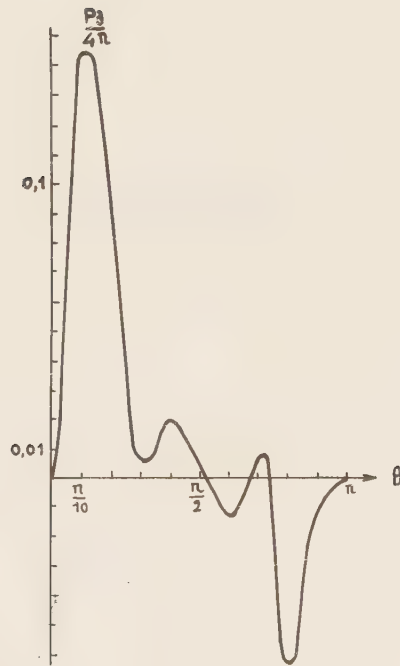


fig 16

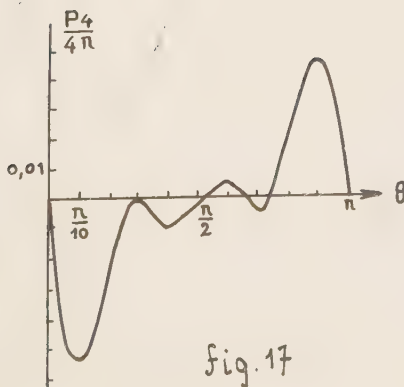


fig. 17

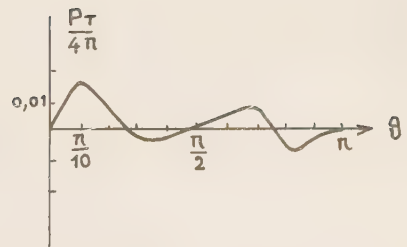


fig. 18

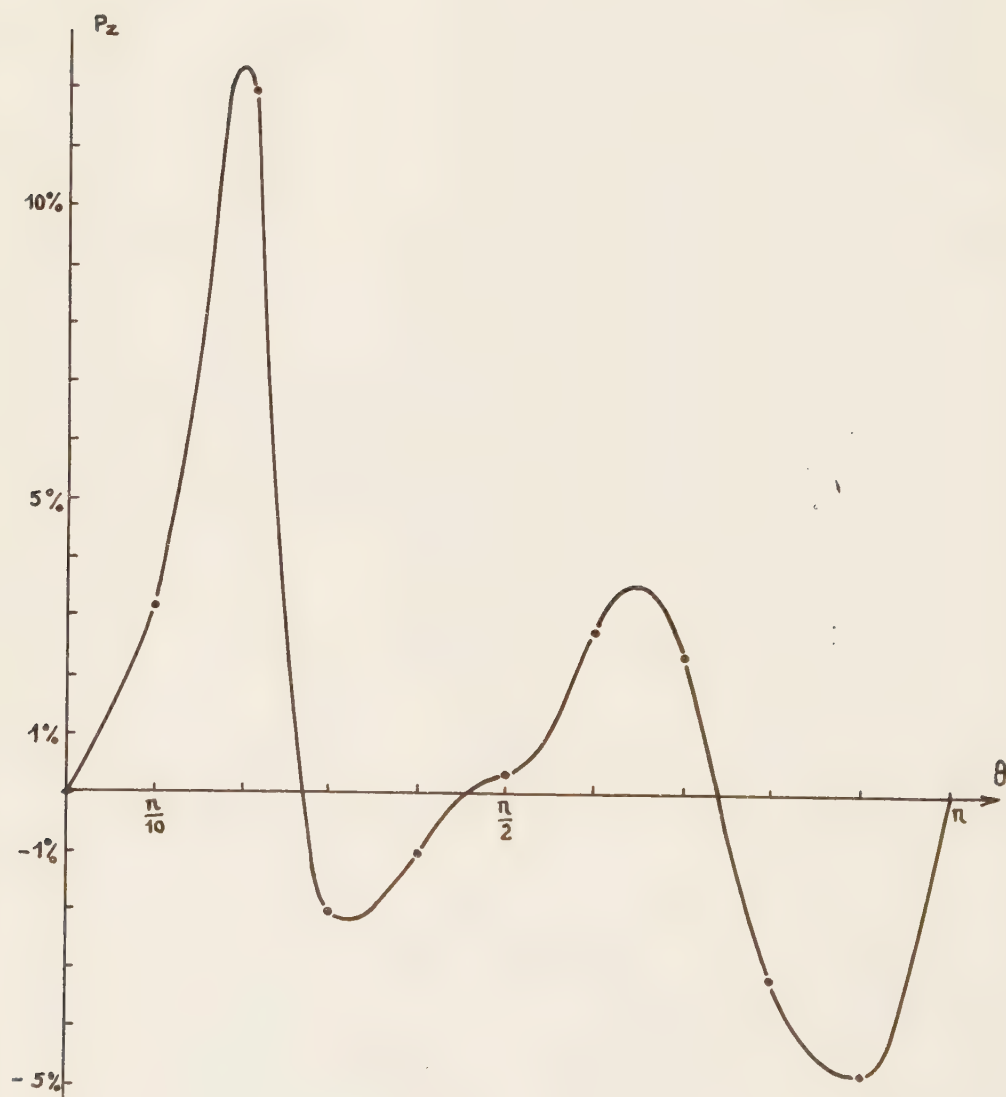


Fig. 19

CONCLUSION

La méthode du terme complémentaire peut dans certains cas donner une bonne explication des courbes de distributions angulaires. Elle nous a permis d'expliquer les remontées des courbes $\sigma(\theta)$ pour la réaction $O^{17}(dp)O^{18}$ effectuée à 7.77 MeV par BILIANUK et pour la réaction $Si^{29}(dp)Si^{30}$ effectuée à 4.3 MeV par SUKHAREVSKII. Nous avons également pu déterminer la courbe théorique donnant la polarisation des protons émergents en fonction de l'angle θ à 9 MeV en ajoutant un couplage spin-orbite au potentiel d'interaction. L'absence totale de résultats expérimentaux dans ce domaine ne nous permet pas de dire si cette méthode est compétitive avec la DWBA ou non, comme on pouvait l'affirmer à propos de la distribution angulaire. Lorsque les expériences de stripping sur des corps tels que Be^9 , O^{14} , O^{17} , Si^{29} , Si^{30} , Ca^{41} seront faites pour mesurer la distribution angulaire, mais surtout la polarisation des protons émergents, nous pourrons tenter de confronter nos courbes à l'expérience. L'intérêt du succès de notre méthode serait de savoir par quel mécanisme se fait la polarisation des particules émergentes et aussi de suivre constamment ce que l'on fait, avantage que l'on ne rencontre pas toujours dans la méthode des ondes distordues. Enfin, cette méthode pourrait être étendue au calcul des distributions angulaires dans les réactions de double stripping $A(He^3p)B$ ce que nous proposons également d'étudier dans notre laboratoire. Il

faut noter également que la détermination des coefficients a_t et b_t du développement : $\sigma_T = \sum_t a_t P_t(\cos \theta)$ et $P_x = \sum_t b_t M_t(\theta) / \sum_t a_t P_t(\cos \theta)$ par méthode des moindres carrés sur la courbe de distribution angulaire et la courbe de polarisation peut permettre une comparaison des méthodes et donc faire pencher pour un calcul théorique ultérieur avec ou sans DWBA.

BIBLIOGRAPHIE

- (1) OPPENHEIMER and PHILIPS
 Phys. Rev., 48, 500, (1935)

- (2) TOBOCMAN
 Theory of direct nuclear reactions
 Oxford University Press, (1961)

- (3) ROBSON
 Nucl. Phys., 22, 34, (1961)

- (4) YAMADA and MATUMOTO
 Prog. Theor. Phys. of Japan, 16, 1501, (1961)

- (5) NAGARAJAN and BANERJEE
 Nucl. Phys., 17, 341, (1960)

- (6) KUEHNER and BROMLEY
 Nucl. Phys., 21, 555, (1960)

- (7) WEIDENMULLER
 Zf Physik, 150, 389, (1958)

- (8) MESSIAH
 Traité de mécanique quantique
 Dunod, Paris, (1960)

- (9) MORSE and FESHBACH
 Methods of Theoretical Physics
 McGraw-Hill Publ., New-York, (1953)

- (10) SUKHAREVSKII
J.E.T.P., 36, 37, (1950)
- (11) BILIANUK
Phys. Rev., 108, 307, (1957)
- (12) LUBITZ
Tables of stripping cross sections
A.E.C.U. 3990
- (13) SAWICKI
Nuov. Cimento, 2, 1322, (1955)
- (14) ROTTENBERG, BIVINS, METROPOLIS and WOOTEN
The "3 j" and "6 j" symbols
Crosby Lockwood and Sons Ltd, London, (1960)
- (15) EL-BAZ et LAFOUCRIERE
C.R. Acad. Sciences, 20, 2591, (1962)
- (16) BUTLER
Phys. Rev., 80, 80, (1950)
Proc. Roy. Soc., A 208, 559, (1951)
Phys. Rev., 88, 585, (1952)
Phys. Rev., 106, 272, (1957)
- (17) HONDA and HUI
Prog. Theor. Phys., 25, 613, (1961)
- (18) SITENKO
Sov. Phys. Uspekhi, 67, 195, (1959)
- (19) WATSON
Theory of Bessel functions
- (20) SAYA
Thèse 3ème cycle - Institut d'Etudes Nucléaires d'Alger (1961)
- (21) BALLOT
Thèse 3ème cycle - Institut d'Etudes Nucléaires d'Alger (1962)
- (22) SCOTT
Nucl. Phys., 27, 490, (1961)
- (23) GREEN and MIDDLETON
Proc. Phys. Soc., A 69, 28, (1956)

- (24) COBB and GUTH
Phys. Rev., 107, 181, (1957)
- (25) LIPPMAN and SCHWINGER
Phys. Rev., 79, 489, (1950)
- (26) WATSON
Phys. Rev., 105, 1388, (1957)
- (27) YOUNG
Nucl. Phys., 23, 40, (1961)

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION	pages	1
CHAPITRE I - Etablissement d'un formalisme géométrique pour le calcul de la distribution angulaire de la polarisation des protons émergents	"	8
CHAPITRE II - Calcul de la distribution angulaire des réactions $\text{Si}^{29}(\text{dp})\text{Si}^{30}$ et $\text{O}^{17}(\text{dp})\text{O}^{18}$ tenant compte du spin des particules	"	34
CHAPITRE III - Calcul du terme d'interaction lié à V_{np}	"	53
CHAPITRE IV - Calcul du terme d'interaction complémentaire lié à V_{n_1p}	"	78
CHAPITRE V - Calcul des termes liés au mélange des interactions $V_{np} - V_{n_1p}$	"	90
CHAPITRE VI - Application des calculs précédents à la réaction $\text{Si}^{29}(\text{dp})\text{Si}^{30}$ à 9 MeV pour l'état fondamental	"	109
CONCLUSION	"	123
BIBLIOGRAPHIE	"	125

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

SPECTROSCOPIE DES ATOMES MESIQUES

Vu :

Les Membres du Jury,

A. SARAZIN
J. LAFOUCRIERE
G. PHILBERT

Vu et Approuvé :

Le Doyen de la Faculté des Sciences

J. BRACONNIER

Vu et Accordé le permis d'imprimer

Lyon, le 19 Décembre 1962

Le Recteur

Président du Conseil de l'Université

P. LOUIS

